

# 5 Les relations et les fonctions

## HABILETÉS ACQUISES

- écrire une équation pour représenter la régularité qui se dégage d'une table de valeurs
- représenter graphiquement et analyser une relation linéaire

## CONCEPTS CLÉS

- Une relation associe les éléments d'un ensemble aux éléments d'un autre ensemble.
- Une fonction est une relation particulière qui associe chaque élément d'un premier ensemble à un et un seul élément d'un second ensemble.
- Une fonction linéaire a un taux de variation constant et son graphique est une droite non verticale.

## TERMINOLOGIE

une relation  
un diagramme sagittal  
une fonction  
le domaine  
l'image  
la notation fonctionnelle  
le taux de variation  
une fonction linéaire  
l'ordonnée à l'origine  
l'abscisse à l'origine



*PAULATUK (ou PAULATUUQ, ce qui signifie « endroit du charbon ») se trouve dans les Territoires du Nord-Ouest, au nord du cercle arctique. Le 21 juin, qui est le plus long jour de l'année, le soleil ne se couche pas à Paulatuk.*





# 5.1 La représentation des relations

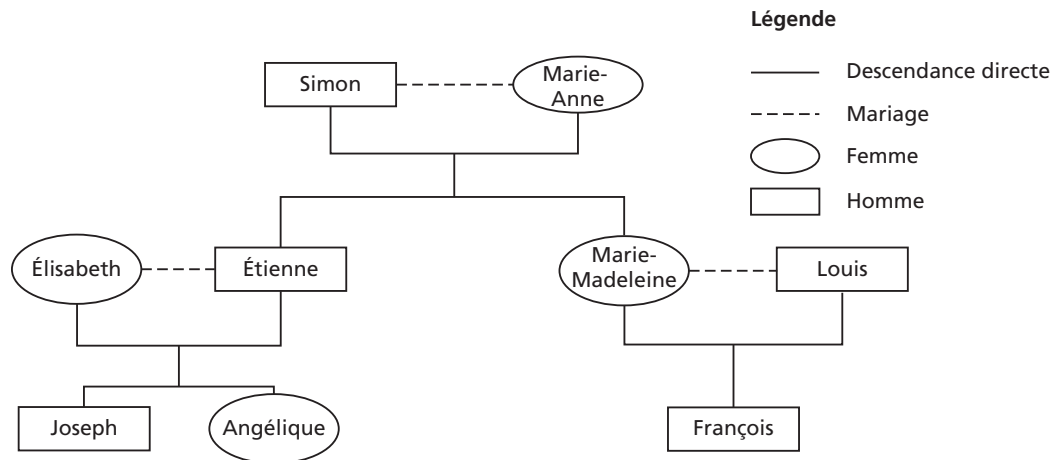
## OBJECTIF DE LA LEÇON

Représenter une relation de différentes façons.



## Établis des liens

L'arbre généalogique suivant montre les liens de parenté dans une famille.



Quel lien de parenté unit Joseph à Simon ?

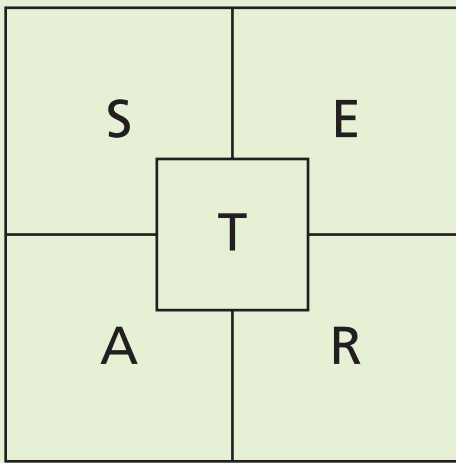
Quel lien de parenté unit Angélique à François ?

Comment l'arbre généalogique montre-t-il ces liens ?

# Développe ta compréhension

## FAIS UN ESSAI

- A. Forme le plus de mots possible de 3 lettres ou plus à l'aide des lettres que tu vois dans le carré ci-dessous.
- Chaque mot doit contenir la lettre du milieu.
  - Une lettre ne peut apparaître qu'une seule fois dans un mot.
  - Les mots au pluriel ne sont pas acceptés.



- B. À partir des lettres du carré et des mots que tu as formés, associe une lettre à un mot selon la règle « ...est une lettre du mot... ». Écris le plus de paires que tu peux.
- C. Intervertis les éléments de chaque paire que tu as écrites. Le lien a-t-il encore un sens? Justifie ta réponse.

Un *ensemble* est un groupement d'objets distincts.

Un *élément* d'un ensemble est un des objets qui forment l'ensemble.

Une **relation** associe les éléments d'un ensemble aux éléments d'un autre ensemble.

Tu peux noter un ensemble en énumérant ses éléments entre accolades.

Par exemple, tu peux noter l'ensemble des nombres naturels strictement positifs de 1 à 5 de la façon suivante :

{1, 2, 3, 4, 5}

L'ordre des éléments à l'intérieur de l'ensemble n'a pas d'importance.



## Exemple 1 Représenter une relation définie à l'aide d'une table de valeurs

Il est possible d'associer des communautés nordiques au territoire où elles se trouvent. Examine la relation représentée dans la table de valeurs.

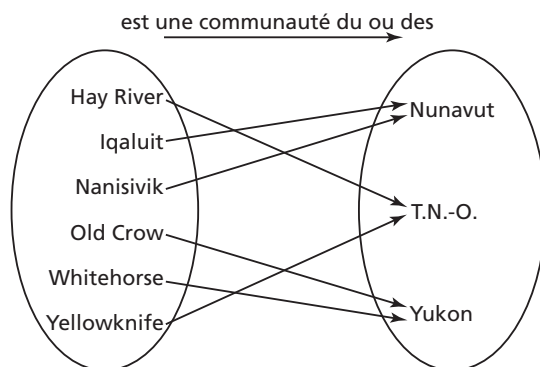
Communauté	Territoire
Hay River	T.N.-O.
Iqaluit	Nunavut
Nanisivik	Nunavut
Old Crow	Yukon
Whitehorse	Yukon
Yellowknife	T.N.-O.

- Décris cette relation à l'aide de mots.
- Représente cette relation :
  - par un ensemble de paires ordonnées,
  - par un diagramme sagittal.

### SOLUTION

- La relation associe un ensemble de communautés nordiques à un ensemble de territoires selon la règle « ...est une communauté du ou des... ». Par exemple, Hay River est une communauté des Territoires du Nord-Ouest.
- Les communautés sont les premiers éléments des paires ordonnées, et les territoires sont les deuxièmes. Ces paires ordonnées sont : {(Hay River, T. N.-O.), (Iqaluit, Nunavut), (Nanisivik, Nunavut), (Old Crow, Yukon), (Whitehorse, Yukon), (Yellowknife, T. N.-O.)}.
  - Les communautés apparaissent dans le premier ensemble du diagramme sagittal.

Les territoires apparaissent dans le deuxième ensemble ; chaque territoire apparaît une seule fois.



### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Il est possible d'associer les animaux à leur classe.

Animal	Classe
aigle	oiseaux
baleine	mammifères
fourmi	insectes
serpent	reptiles
tortue	reptiles

- Décris cette relation à l'aide de mots.
- Représente cette relation :
  - par un ensemble de paires ordonnées,
  - par un diagramme sagittal.

[Réponses : a) La relation associe un ensemble d'animaux à un ensemble de classes selon la règle « ...appartient à la classe des... ». b) i) {(aigle, oiseaux), (baleine, mammifères), (fourmi, insectes), (serpent, reptiles), (tortue, reptiles)}]

Pourquoi le sens des flèches est-il important dans un diagramme sagittal ?

Quelles sont les ressemblances entre les représentations ?

Lorsque les éléments d'un ou des deux ensembles sont des nombres, tu peux représenter la relation à l'aide d'un diagramme à bandes.

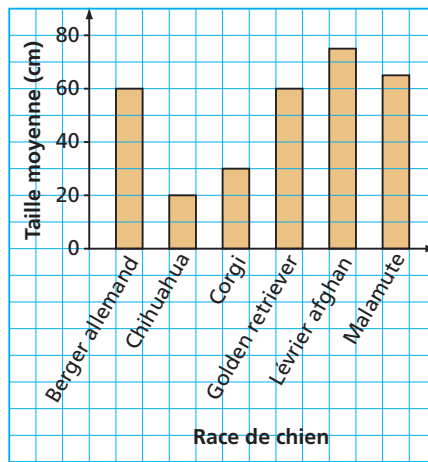
## Exemple 2

## Représenter une relation définie à l'aide d'un diagramme à bandes

Il est possible d'associer des races de chiens à leur taille moyenne. Examine la relation représentée dans le diagramme. Représente cette relation :

- par une table de valeurs,
- par un diagramme sagittal.

La taille moyenne de différentes races de chiens



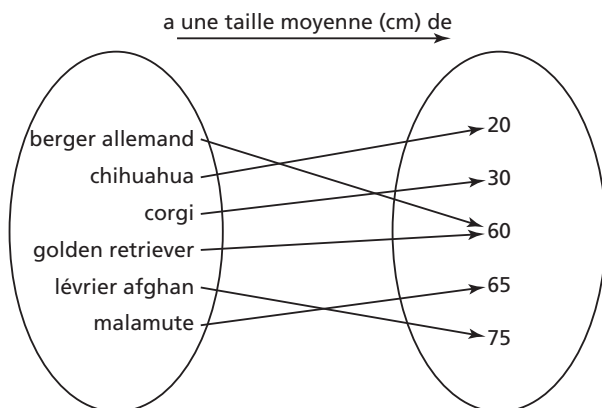
### SOLUTION

- L'association suit la règle « ...a une taille moyenne de... ».

Dans la table de valeurs, inscris les races de chiens dans la première colonne et les tailles moyennes, en centimètres, dans la deuxième colonne.

Race de chien	Taille moyenne (cm)
berger allemand	60
chihuahua	20
corgi	30
golden retriever	60
lévrier afghan	75
malamute	65

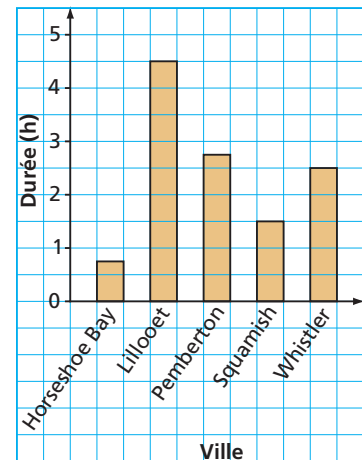
- Dans le diagramme sagittal, inscris les races de chiens dans le premier ensemble et les tailles moyennes, en centimètres, dans le deuxième ensemble.



### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Il est possible d'associer des villes de la Colombie-Britannique à la durée moyenne, en heures, du trajet en voiture entre elles et Vancouver. Examine la relation représentée dans le diagramme.

La durée moyenne du trajet jusqu'à Vancouver



Représente cette relation :

- par une table de valeurs,
- par un diagramme sagittal.

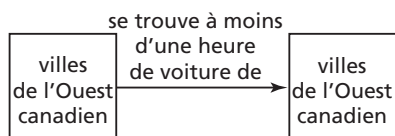
Réponse: a)

Ville	Durée moyenne (h)
Horseshoe Bay	0,75
Lillooet	4,5
Pemberton	2,75
Squamish	1,5
Whistler	2,5

Parfois, une relation comporte un grand nombre de paires ordonnées et il devient impossible de toutes les énumérer ou de toutes les représenter dans une table de valeurs.

### Exemple 3 Reconnaître une relation à partir d'un diagramme

Examine ce diagramme.



Les deux ensembles d'une relation peuvent être identiques.

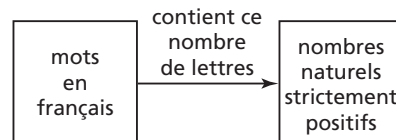
- Décris la relation à l'aide de mots.
- Nomme deux paires ordonnées de la relation.

#### SOLUTION

- La relation associe un ensemble de villes de l'Ouest canadien à un ensemble de villes de l'Ouest canadien selon la règle «...se trouve à moins d'une heure de voiture de...».
- Voici deux paires ordonnées de cette relation : (Innisfail, Alb.; Olds, Alb.) et (Kelowna, C.-B.; Vernon, C.-B.).

#### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Examine ce diagramme.
  - Décris la relation à l'aide de mots.
  - Nomme deux paires ordonnées de la relation.



[Exemple de réponse : a) La relation associe un ensemble de mots en français à un ensemble de nombres naturels strictement positifs selon la règle «...contient ce nombre de lettres...». b) (mathématiques, 13) et (langage, 7)]



#### Place à la discussion

- Quels sont les avantages et les inconvénients de chaque mode de représentation d'une relation ?
- Pourquoi l'ordre est-il important à l'intérieur d'une paire ordonnée ? Donne un exemple.



# Exercices

**A**

3. Pour chaque table de valeurs:
- décris la relation à l'aide de mots;
  - représente la relation:
    - par un ensemble de paires ordonnées,
    - par un diagramme sagittal.

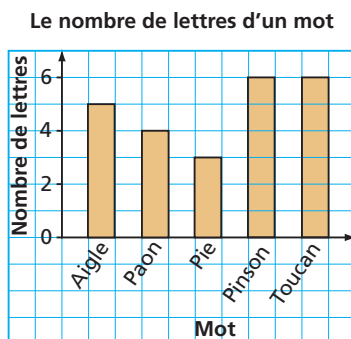
a)

Planète	Distance moyenne du Soleil (ua)
Jupiter	5,203
Mars	1,524
Neptune	30,069
Saturne	9,537
Terre	1,000
Uranus	19,191

b)

Sport	Équipement
badminton	volant
badminton	raquette
hockey	rondelle
hockey	bâton
tennis	balle
tennis	raquette
soccer	ballon

4. Ce diagramme représente une relation.



Représente cette relation:

- par une table de valeurs,
- par un diagramme sagittal.

**B**

5. Voici des artistes francophones du Manitoba et leur forme d'art privilégiée.

Artiste	Forme d'art
Gaëtanne Sylvester	sculpture
Hubert Thérioux	peinture
Huguette Gauthier	vitrail
James Culleton	peinture
Nathalie Dupont	photographie
Simone Hébert Allard	photographie

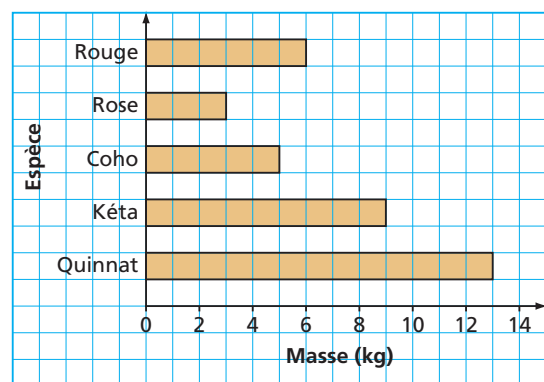
- Décris la relation à l'aide de mots.
- Représente cette relation:
  - par un ensemble de paires ordonnées,
  - par un diagramme sagittal.



*Burning Sunset Detail* de James Culleton

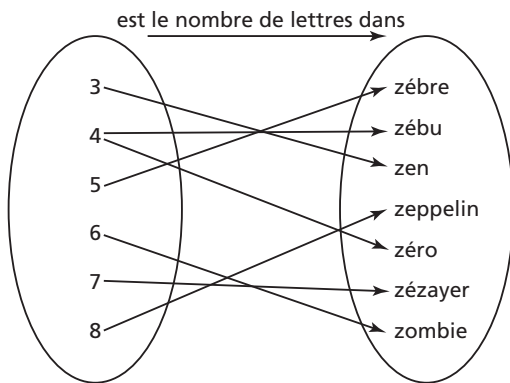
6. a) Décris la relation représentée par ce diagramme à bandes.

La masse typique de certaines espèces de saumon

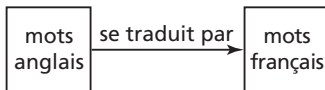


- Représente la relation par un ensemble de paires ordonnées.
- Représente la relation d'une autre façon.

7. Dans un jeu de lettres, il est souvent difficile de trouver des mots qui commencent par la lettre Z.
- a) Que représente ce diagramme sagittal?



- b) Représente cette relation de deux façons.
- c) Construis un diagramme sagittal pour des mots qui commencent par la lettre X, puis représente la relation de deux façons.
8. Examine ce diagramme.
- a) Décris la relation à l'aide de mots.
- b) Nomme deux paires ordonnées de la relation.

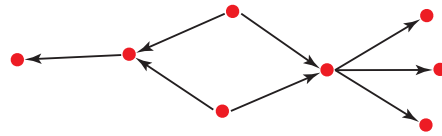


9. Une horloge numérique affiche les chiffres de 0 à 9 en illuminant certains segments de deux carrés superposés. Par exemple, il faut 5 segments illuminés pour afficher le chiffre 2, tel que montré.
- 
- a) Énumère l'ensemble des paires ordonnées de la forme (chiffre, nombre de segments illuminés).
- b) Représente cette relation de deux façons.
10. Voici des joueurs de hockey canadiens et l'année de leur naissance.
- Jennifer Botterill (1979); Jonathan Cheechoo (1980); Roberto Luongo (1979); Jordin Tootoo (1983); Hayley Wickenheiser (1978)
- À l'aide de ces données, représente une relation selon chaque règle de différentes façons.
- a) «...est née ou né en...»
- b) «...est l'année de naissance de...»

11. Choisis cinq personnes de ta classe.
- a) Utilise la règle «...est plus jeune que...» pour définir une relation. Représente la relation par un ensemble de paires ordonnées.
- b) Établis une règle pour ces cinq personnes, puis décris la relation à l'aide de mots. Représente la relation de plusieurs façons.

### C

12. Un élève lance deux dés et note les nombres obtenus.
- a) Pour chaque règle, crée une relation sous la forme d'un ensemble de paires ordonnées.
- i) La somme des nombres est paire.
- ii) La différence entre les nombres est un nombre premier.
- b) En a), l'ordre des nombres dans chaque paire ordonnée est-il important? Justifie ta réponse.
13. Ce diagramme représente la règle «...est un parent de...». Chaque point représente une personne et chaque flèche relie un parent à son enfant.



Dans cette relation :

- a) combien d'enfants y a-t-il?
- b) combien de parents y a-t-il?
- c) combien de grands-parents y a-t-il?
- Justifie tes réponses.
14. Ce diagramme montre la règle «...est la sœur de...». Chaque point représente une personne et chaque flèche relie une femme à sa sœur ou à son frère.
- 
- Dans cette relation :
- a) combien de femmes y a-t-il?
- b) combien d'hommes y a-t-il?
- Justifie tes réponses.

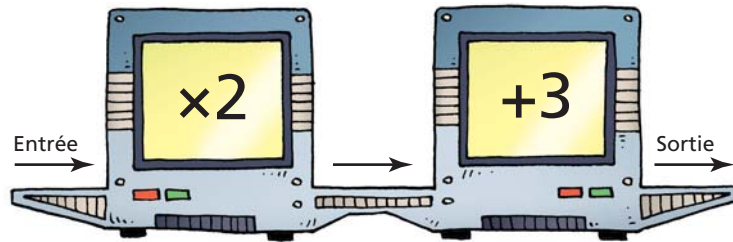
## Réfléchis

Crée une relation que tu peux décrire à l'aide de mots. Montre deux façons de représenter la relation.

# 5.2 Les caractéristiques des fonctions

## OBJECTIF DE LA LEÇON

Développer le concept de fonction.



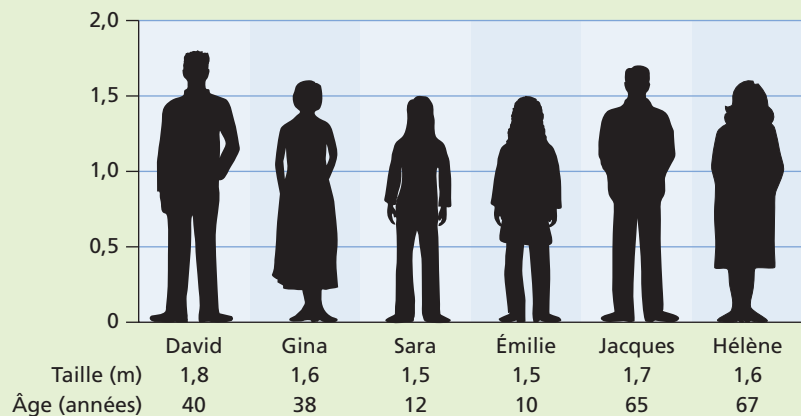
## Établis des liens

Quelle est la règle de la machine entrée-sortie montrée ici?  
Quels nombres dois-tu ajouter pour remplir la table de valeurs de la machine?

Entrée	Sortie
1	5
2	7
	9
4	
	13

## Développe ta compréhension

### QU'EN PENSES-TU ?



Travaille avec 2 camarades.  
Examine le diagramme.

Chaque membre du groupe choisit l'une de ces trois relations :

- la relation entre le *nom* et l'*âge*,
- la relation entre le *nom* et la *taille*,
- la relation entre la *taille* et le *nom*.

Représente la relation que tu as choisie. Compare-la avec les relations de tes camarades. Quelles sont les ressemblances et les différences ?

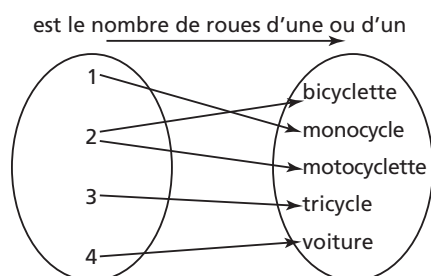
L'ensemble des premiers éléments d'une relation forme le **domaine**.

L'ensemble des deuxièmes éléments correspondants forme l'**image**.

Une **fonction** est une relation particulière qui associe chaque élément du domaine à un et un seul élément de l'image.

Voici différentes façons d'associer des véhicules à leur nombre de roues.

Cette relation associe un nombre à un véhicule qui a ce nombre de roues.



Ce diagramme ne représente pas une fonction, car un des éléments du premier ensemble est associé à deux éléments du second. Autrement dit, il y a deux flèches qui partent du nombre 2 dans le premier ensemble.

$\{(1, \text{monocycle}), (2, \text{bicyclette}), (2, \text{motocyclette}), (3, \text{tricycle}), (4, \text{voiture})\}$

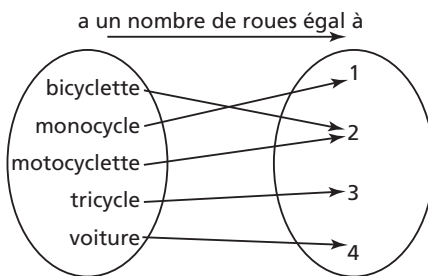
Les paires ordonnées ci-dessus ne représentent pas une fonction, car deux paires ont le même premier élément.

Le domaine est l'ensemble des premiers éléments :  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

L'image est l'ensemble des deuxièmes éléments correspondants :

$\{\text{monocycle, bicyclette, motocyclette, tricycle, voiture}\}$ .

Cette relation associe un véhicule au nombre de roues qu'il possède.



Ce diagramme représente une fonction, car chaque élément du premier ensemble est associé à un et un seul élément du second. Autrement dit, il n'y a qu'une seule flèche qui part de chaque élément du premier ensemble.

$\{(\text{monocycle}, 1), (\text{bicyclette}, 2), (\text{motocyclette}, 2), (\text{tricycle}, 3), (\text{voiture}, 4)\}$

Les paires ordonnées ci-dessus représentent une fonction, car elles ont chacune un premier élément différent.

Le domaine est l'ensemble des premiers éléments :  $\{\text{monocycle, bicyclette, motocyclette, tricycle, voiture}\}$ .

L'image est l'ensemble des deuxièmes éléments correspondants :  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

Dans la liste des éléments de l'image, on ne répète pas un élément qui revient plus d'une fois.

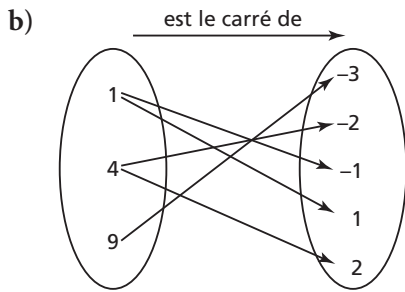


## Exemple 1 Reconnaître des fonctions

Pour chaque relation :

- détermine s'il s'agit d'une fonction et justifie ta réponse;
- indique le domaine et l'image s'il s'agit d'une fonction.

a) Une relation associe des figures au nombre d'angles droits qu'elles possèdent:  $\{(\text{triangle rectangle}, 1), (\text{triangle acutangle}, 0), (\text{carré}, 4), (\text{rectangle}, 4), (\text{hexagone régulier}, 0)\}$

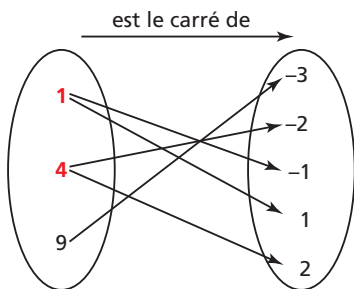


### SOLUTION

a) Vérifie si plus d'une paire ordonnée a le même premier élément:  $\{(\text{triangle rectangle}, 1), (\text{triangle acutangle}, 0), (\text{carré}, 4), (\text{rectangle}, 4), (\text{hexagone régulier}, 0)\}$   
Chaque paire ordonnée a un premier élément différent. Ainsi, pour chaque premier élément, il y a un et un seul deuxième élément. La relation est donc une fonction.

Le domaine est l'ensemble des premiers éléments des paires ordonnées:  $\{\text{triangle rectangle}, \text{triangle acutangle}, \text{carré}, \text{rectangle}, \text{hexagone régulier}\}$   
L'image est l'ensemble des deuxièmes éléments des paires ordonnées:  $\{0, 1, 4\}$

b) Vérifie si un des éléments du premier ensemble est associé à plus d'un élément du second ensemble.



Cette relation n'est pas une fonction, car les nombres 1 et 4 sont tous deux associés à plus d'un nombre du second ensemble.

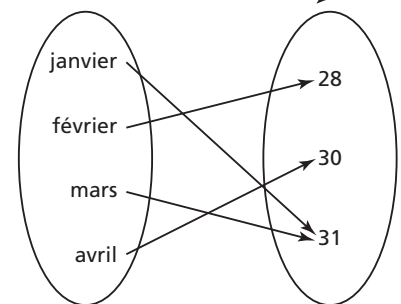
### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. Pour chaque relation :

- détermine s'il s'agit d'une fonction et justifie ta réponse;
- indique le domaine et l'image s'il s'agit d'une fonction.

a) Une relation associe un nombre à un facteur premier de ce nombre:  $\{(4, 2), (6, 2), (6, 3), (8, 2), (9, 3)\}$

b) a un nombre de jours égal à  $\rightarrow$



[Réponses: a) Non; b) Oui; domaine:  $\{\text{janvier}, \text{février}, \text{mars}, \text{avril}\}$ , image:  $\{28, 30, 31\}$ ]

Quelles autres stratégies peux-tu utiliser pour déterminer si chaque relation est une fonction ?

Si  $(a, b)$  et  $(a, c)$  sont des paires ordonnées d'une fonction, que peux-tu dire au sujet de  $b$  et de  $c$  ?

Dans les milieux de travail, le salaire brut,  $S$ , exprimé en dollars, dépend souvent du nombre d'heures travaillées,  $h$ . C'est pourquoi on dit que  $S$  est une *variable dépendante*. Puisque le nombre d'heures travaillées,  $h$ , ne dépend pas du salaire brut,  $h$  est la *variable indépendante*.

	Heures travaillées, $h$	Salaire brut, $S$ (\$)	
	1	12	
	2	24	
	3	36	
	4	48	
	5	60	

Variable indépendante →
 

 ← Variable dépendante

Domaine {

Image {

Les valeurs de la variable indépendante apparaissent dans la première colonne de la table de valeurs. Ces éléments appartiennent au domaine.

Les valeurs de la variable dépendante apparaissent dans la deuxième colonne de la table de valeurs. Ces éléments appartiennent à l'image.

Une table de valeurs présente en général un échantillon des paires ordonnées d'une relation.

## Exemple 2 Décrire une fonction

Cette table de valeurs présente la masse  $m$ , en grammes, d'un nombre  $n$  de billes identiques.

Nombre de billes, $n$	Masse des billes, $m$ (g)
1	1,27
2	2,54
3	3,81
4	5,08
5	6,35
6	7,62

- a) Pourquoi cette relation est-elle aussi une fonction ?
- b) Identifie les variables indépendante et dépendante. Justifie tes réponses.
- c) Indique le domaine et l'image.

(Suite de la solution à la page suivante)

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. Cette table de valeurs présente le coût  $C$ , en dollars, d'un nombre  $n$  de billets d'autobus au tarif étudiant.

Nombre de billets, $n$	Coût, $C$ (\$)
1	1,75
2	3,50
3	5,25
4	7,00
5	8,75

- a) Pourquoi cette relation est-elle aussi une fonction ?
- b) Identifie les variables indépendante et dépendante. Justifie tes réponses.
- c) Indique le domaine et l'image.

[Réponses: b)  $n, C$ ; c)  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ ,  $\{1,75; 3,50; 5,25; 7,00; 8,75; \dots\}$ ]

## SOLUTION

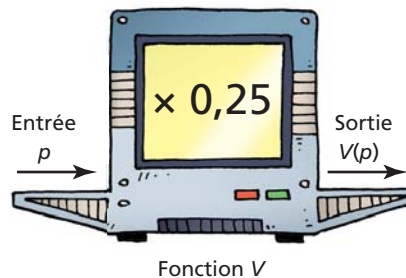
- a) Chaque nombre de la première colonne correspond à un et un seul nombre de la deuxième colonne. Donc, la relation est une fonction.
- b) D'après le contexte, la masse des billes,  $m$ , dépend du nombre de billes,  $n$ . Ainsi,  $m$  est la variable dépendante et  $n$  est la variable indépendante.
- c) La première colonne de la table est représentative du domaine. Le domaine est  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ , soit l'ensemble des nombres naturels strictement positifs.

La deuxième colonne est représentative de l'image. L'image est  $\{1,27; 2,54; 3,81; 5,08; 6,35; 7,62; \dots\}$ , soit le produit de chaque nombre naturel strictement positif et de 1,27.

Une fonction ressemble à une machine entrée-sortie. Le nombre d'entrée peut être tout élément du domaine, et le nombre de sortie dépend du nombre d'entrée. Ainsi, le nombre d'entrée est la variable indépendante et le nombre de sortie est la variable dépendante.

Deux machines acceptent les pièces de 25 ¢. La machine A calcule la valeur totale des pièces. La machine B les pèse. Puisque les machines effectuent des opérations différentes, elles représentent des fonctions différentes.

### ■ Machine A



Lorsqu'on insère  $p$  pièces de 25 ¢ dans la machine, le nombre de sortie ou la valeur  $V$ , en dollars, égale  $0,25p$ .  
L'équation  $V = 0,25p$  définit cette fonction.

Puisque  $V$  est une fonction de  $p$ , tu peux écrire cette équation en **notation fonctionnelle**:

$$V(p) = 0,25p$$

On dit: «  $V$  de  $p$  est égale à  $0,25p$ . »

Cette notation montre que  $V$  est la variable dépendante et que  $V$  dépend de  $p$ .

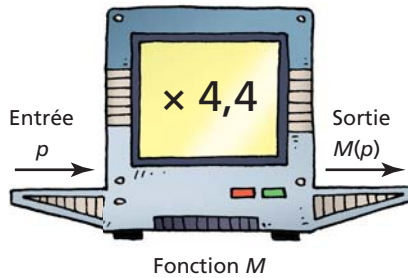
$V(3)$  représente la valeur de la fonction lorsque  $p = 3$ .

$$V(3) = 0,25(3)$$

$$V(3) = 0,75$$

Ainsi, la valeur totale de 3 pièces de 25 ¢ est de 0,75 \$.

■ Machine B



La masse d'une pièce de 25 ¢ est de 4,4 g.

Lorsqu'on insère  $p$  pièces de 25 ¢ dans la machine, le nombre de sortie ou la masse  $M$ , en grammes, égale  $4,4p$ .

L'équation  $M = 4,4p$  définit cette fonction.

Puisque  $M$  est une fonction de  $p$ , tu peux écrire cette équation en **notation fonctionnelle**:

$$M(p) = 4,4p$$

Cette notation montre que  $M$  est la variable dépendante et que  $M$  dépend de  $p$ .

Toute fonction qu'on peut définir à l'aide d'une équation à deux variables peut s'exprimer en notation fonctionnelle. Par exemple, pour écrire l'équation  $d = 4t + 5$  en notation fonctionnelle, écris  $d(t) = 4t + 5$ , où  $t$  est un élément du domaine et  $d(t)$  est un élément de l'image.

Lorsqu'il n'y a pas de contexte pour expliquer l'équation,  $x$  représente la variable indépendante et  $y$  représente la variable dépendante.

Ainsi, une équation à deux variables telle que  $y = 3x - 2$  peut prendre la forme  $f(x) = 3x - 2$ .

Inversement, on peut écrire une équation en notation fonctionnelle sous la forme d'une équation à deux variables.

Par exemple, l'équation  $C(n) = 300 + 25n$  devient  $C = 300 + 25n$  et l'équation  $g(x) = -2x + 5$  devient  $y = -2x + 5$ .

Toute autre lettre, comme  $g$ ,  $h$  ou  $k$ , peut également servir à nommer une fonction.

### Exemple 3 Déterminer des valeurs à l'aide de la notation fonctionnelle

L'équation  $V = -0,08d + 50$  définit le volume d'essence,  $V$ , en litres, qu'il reste dans le réservoir d'un véhicule après un trajet de  $d$  kilomètres. Il faut vider le réservoir avant de refaire le plein.

- Décris la fonction. Écris l'équation en notation fonctionnelle.
- Détermine la valeur de  $V(600)$ .  
Que représente ce nombre?
- Détermine la valeur de  $d$  lorsque  $V(d) = 26$ .  
Que représente ce nombre?

(Suite de la solution à la page suivante)

#### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- L'équation  $C = 25n + 1\,000$  définit le coût  $C$ , en dollars, du banquet de clôture d'une compétition sportive de l'Arctique, où  $n$  est le nombre de convives.
  - Décris la fonction.  
Écris l'équation en notation fonctionnelle.

(Suite de la question à la page suivante)



## SOLUTION

a) Le volume d'essence qu'il reste est une fonction de la distance parcourue. En notation fonctionnelle, on écrit:  
 $V(d) = -0,08d + 50$ .

b) Pour déterminer  $V(600)$ , écris:

$$V(d) = -0,08d + 50 \quad \text{Remplace } d \text{ par } 600.$$

$$V(600) = -0,08(600) + 50$$

$$V(600) = -48 + 50$$

$$V(600) = 2$$

$V(600)$  est la valeur de  $V$  lorsque  $d = 600$ .

Par conséquent, lorsque le véhicule a parcouru 600 km, il reste 2 L d'essence dans le réservoir.

c) Pour déterminer la valeur de  $d$  telle que  $V(d) = 26$ , écris:

$$V(d) = -0,08d + 50 \quad \text{Remplace } V(d) \text{ par } 26.$$

$$26 = -0,08d + 50 \quad \text{Isole } d.$$

$$-24 = -0,08d \quad \text{Divise chaque membre par } -0,08.$$

$$d = 300$$

L'égalité  $V(300) = 26$  signifie que lorsque  $d = 300$ ,  $V = 26$ .

Autrement dit, lorsque le véhicule a parcouru 300 km, il reste 26 L d'essence dans le réservoir.

b) Détermine la valeur de  $C(100)$ . Que représente ce nombre?

c) Détermine la valeur de  $n$  lorsque  $C(n) = 5\,000$ . Que représente ce nombre?

[Réponses: a)  $C(n) = 25n + 1\,000$ ;  
 b) 3 500 \$; c) 160]

Quelles valeurs de  $d$  ne peuvent logiquement pas faire partie du domaine dans ce contexte?

## Place à la discussion

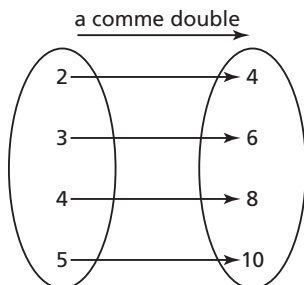
1. Comment peux-tu déterminer si un ensemble de paires ordonnées représente une fonction?
2. Comment détermines-tu le domaine et l'image d'une fonction entièrement représentée par un ensemble de paires ordonnées ou une table de valeurs?
3. Pourquoi certaines relations ne sont-elles pas des fonctions? Pourquoi toutes les fonctions sont-elles aussi des relations?

## Exercices

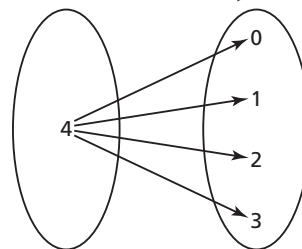
A

4. Indique le ou les diagrammes sagittaux qui représentent une fonction.

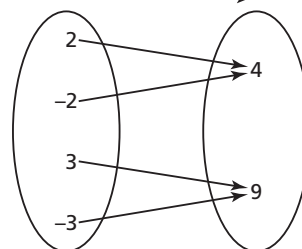
a)



b) est plus grand que



c) au carré est égal à



5. Quels ensembles de paires ordonnées représentent une fonction? Indique le domaine et l'image de chaque ensemble.

- a)  $\{(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12)\}$   
 b)  $\{(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)\}$   
 c)  $\{(2, 3), (4, 5), (6, 7), (8, 9)\}$   
 d)  $\{(0, 1), (0, 2), (1, 2), (0, 3), (1, 3), (2, 3)\}$

6. Écris chaque équation en notation fonctionnelle.

- a)  $C = 20n + 8$   
 b)  $P = n - 3$   
 c)  $t = 5d$   
 d)  $y = -x$

7. Écris chaque équation sous la forme d'une équation à deux variables.

- a)  $d(t) = 3t - 5$   
 b)  $f(x) = -6x + 4$   
 c)  $C(n) = 5n$   
 d)  $P(n) = 2n - 7$

## B

8. Pour chaque relation :

- détermine s'il s'agit d'une fonction et justifie ta réponse;
- indique le domaine et l'image de chaque relation.

- a)  $\{(1, 1), (2, 8), (3, 27), (4, 64)\}$   
 b)  $\{(3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7)\}$

9. Pour chaque table de valeurs :

- i) explique pourquoi la relation est une fonction;  
 ii) identifie la variable indépendante et la variable dépendante, et justifie tes choix;  
 iii) indique le domaine et l'image.

a)

Nombre de boîtes de jus achetées, $n$	Coût, $C$ (\$)
1	2,39
2	4,00
3	6,39
4	8,00
5	10,39
6	12,00

b)

Altitude, $A$ (m)	Température, $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
610	15,0
1 220	11,1
1 830	7,1
2 440	3,1
3 050	-0,8
3 660	-4,8

10. L'ensemble de paires ordonnées suivant associe un nombre à un polygone qui a ce nombre de côtés:  $\{(3, \text{triangle isocèle}), (3, \text{triangle équilatéral}), (3, \text{triangle rectangle}), (3, \text{triangle scalène}), (4, \text{carré}), (4, \text{rectangle}), (4, \text{losange}), (4, \text{trapeze}), (4, \text{parallélogramme}), (5, \text{pentagone}), (6, \text{hexagone})\}$

- a) Cet ensemble de paires ordonnées représente-t-il une fonction? Justifie ta réponse.  
 b) Intervertis les éléments de chaque paire ordonnée. Utilise la règle «...a un nombre de côtés égal à...». Cette nouvelle relation est-elle une fonction? Justifie ta réponse.  
 c) Indique le domaine et l'image de chaque relation en a) et en b).

11. Le Rassemblement jeunesse francophone de l'Alberta invite les élèves des écoles secondaires francophones de la province à une journée d'activités. Représente une relation à partir de deux colonnes du tableau.

- a) Nomme deux relations qui sont des fonctions.  
 b) Nomme deux relations qui ne sont pas des fonctions.

Justifie tes réponses.

Nom	Ville	Âge	Sexe
Marie	Edmonton	13	F
Gabriel	Falher	16	M
Élise	Bonnyville	14	F
Christophe	Calgary	13	M
Jean	Edmonton	15	M
Mélanie	Edmonton	15	F
Nicole	Red Deer	17	F
Marc	Légal	13	M

12. Laquelle de ces deux affirmations est vraie? Justifie ta réponse à l'aide d'un exemple.
- Toutes les fonctions sont des relations, mais les relations ne sont pas toutes des fonctions.
  - Toutes les relations sont des fonctions, mais les fonctions ne sont pas toutes des relations.
13. Dans un jeu de mots croisés, chaque lettre vaut un certain nombre de points. Voici quelques lettres et leurs points respectifs.



- Construis la table de valeurs de deux relations qui associent ces lettres à leur nombre de points.
  - Quelle table de valeurs construite en a) représente une fonction? Justifie ta réponse.
14. Soit la fonction  $f(x) = -5x + 11$ . Détermine:
- $f(1)$
  - $f(-3)$
  - $f(0)$
  - $f(1,2)$
15. a) Soit la fonction  $f(n) = 2n - 7$ . Détermine la valeur de  $n$  lorsque:
- $f(n) = 11$
  - $f(n) = -6$
- b) Soit la fonction  $g(x) = -5x + 1$ . Détermine la valeur de  $x$  lorsque:
- $g(x) = 41$
  - $g(x) = -16$
16. La fonction  $C(p) = 2,54p$  permet de convertir une mesure de  $p$  pouces en une mesure de  $C$  centimètres.
- Exprime la fonction sous la forme d'une équation à deux variables.
  - Détermine la valeur de  $C(12)$ . Que représente ce nombre?
  - Détermine la valeur de  $p$  lorsque  $C(p) = 100$ . Que représente ce nombre?

17. Une voiture roule vers le parc provincial de Meadow Lake, en Saskatchewan. L'équation  $D = -80t + 300$  définit la distance  $D$ , en kilomètres, qui sépare la voiture de Meadow Lake après  $t$  heures.
- Décris la fonction.  
Écris son équation en notation fonctionnelle.
  - À quelle distance de Meadow Lake la voiture se trouvait-elle au départ? Comment le sais-tu?
18. Les anthropologues qui étudient les restes humains ont élaboré des équations afin d'estimer la taille d'une personne à partir de la longueur de ses os. En effet, la taille d'une personne est une fonction de la longueur  $L$ , en centimètres, de son humérus (l'os du bras).



Pour une femme:  $f(L) = 2,754L + 71,475$

Pour un homme:  $h(L) = 2,894L + 70,641$

- Détermine chaque valeur. Que représente chaque nombre?
    - $f(15)$
    - $h(20)$
  - Détermine chaque valeur de  $L$ . Que représente chaque nombre?
    - $f(L) = 142$
    - $h(L) = 194$
  - Mesure la longueur de ton humérus. Estime ta taille à l'aide de l'équation appropriée. Dans quelle mesure ton estimation est-elle proche de ta taille réelle?
19. La fonction  $C(f) = \frac{5}{9}(f - 32)$  permet de convertir une température  $f$ , en degrés Fahrenheit, en une température  $C$ , en degrés Celsius.
- Détermine:
    - $C(50)$
    - $C(-13)$
  - Détermine la valeur de  $f$  lorsque:
    - $C(f) = 20$
    - $C(f) = -35$
  - Écris une équation en notation fonctionnelle qui définit la relation entre les températures dans chaque cas.
    - L'eau pure gèle à  $0^\circ\text{C}$  ou  $32^\circ\text{F}$ .
    - L'eau pure bout à  $100^\circ\text{C}$  ou  $212^\circ\text{F}$ .
    - Les biscuits cuisent à  $180^\circ\text{C}$  ou  $356^\circ\text{F}$ .

**C**

20. Pour convertir des degrés Celsius en degrés Fahrenheit, on multiplie les degrés Celsius par  $\frac{9}{5}$ , puis on ajoute 32. À partir de ces renseignements, écris une équation en notation fonctionnelle pour convertir des degrés Celsius en degrés Fahrenheit.
21. Un rectangle de  $L$  centimètres de longueur et de  $\ell$  centimètres de largeur a une aire de  $9 \text{ cm}^2$ . Exprime le périmètre de ce rectangle en fonction de sa longueur.

22. Un rectangle de  $L$  centimètres de longueur et de  $\ell$  centimètres de largeur a un périmètre de 12 cm. Exprime la longueur de ce rectangle en fonction de sa largeur à l'aide de la notation fonctionnelle. Quels sont le domaine et l'image de cette fonction ?
23. Les côtés d'un triangle mesurent respectivement  $c$ ,  $c + 5$  et  $t$  unités. Le périmètre de ce triangle est de 16 unités. Exprime  $t$  en fonction de  $c$  à l'aide de la notation fonctionnelle. Quels sont le domaine et l'image de cette fonction ?

**Réfléchis**

Décris comment tu peux déterminer si une relation est une fonction. Donne un exemple de chaque stratégie que tu proposes.

**L'UNIVERS DES MATHS****Le monde du travail : Les anthropologues judiciaires**

Les anthropologues étudient les restes humains afin de mieux comprendre l'évolution des individus et des sociétés. Ils recueillent des données sur les os et les dents d'une personne afin de déterminer son sexe, sa taille, sa masse ou l'âge qu'elle avait au moment de sa mort. Les anthropologues judiciaires travaillent dans des laboratoires médico-légaux, pour les autorités policières, dans des musées ou sur des sites archéologiques. Ils témoignent parfois lors de procès à titre d'experts. Ils sont en mesure d'identifier des os ou des fragments d'os entreposés depuis plusieurs années.

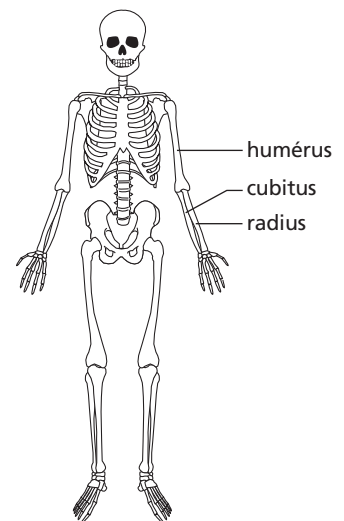
Les spécimens recueillis doivent être nettoyés, mesurés avec précision et catalogués. Les mesures du crâne et des dents aident à estimer l'âge d'une personne. À partir de la longueur de l'humérus, du radius ou du cubitus, il est possible d'estimer la taille de la personne.

Voici deux équations qui servent à estimer la taille d'une personne à partir de la longueur de son radius :

$$t = 3,343r + 81,224 \text{ [pour une femme],}$$

$$\text{et } t = 3,271r + 89,925 \text{ [pour un homme],}$$

où  $t$  est la taille de la personne en centimètres et  $r$  est la longueur de son radius en centimètres.





# PAUSE VÉRIFICATION 1

## Liens

Voici un modèle de Frayer d'une fonction.

Définition	Caractéristiques essentielles																				
<p>Une fonction est une relation qui associe chaque élément d'un premier ensemble à un et un seul élément d'un second ensemble.</p>	<p>Le domaine de la fonction est l'ensemble des premiers éléments des paires ordonnées. Ces éléments sont les valeurs de la variable indépendante.</p> <p>L'image de la fonction est l'ensemble des deuxièmes éléments des paires ordonnées. Ces éléments sont les valeurs de la variable dépendante.</p>																				
<b>Fonction</b>																					
Exemple	Contre-exemples																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>7</td></tr> </tbody> </table> <p>{(0, 4), (1, 5), (2, 6), (3, 7)}</p> <p style="text-align: center;">plus 4 est égal à</p>	x	y	0	4	1	5	2	6	3	7	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Nombre de faces</th> <th>Objet</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>pyramide à base triangulaire</td></tr> <tr><td>5</td><td>pyramide à base carrée</td></tr> <tr><td>6</td><td>cube</td></tr> <tr><td>6</td><td>prisme à base rectangulaire</td></tr> </tbody> </table> <p>{(4, pyramide à base triangulaire), (5, pyramide à base carrée), (6, cube), (6, prisme à base rectangulaire)}</p> <p style="text-align: center;">est le nombre de faces d'une ou d'un</p>	Nombre de faces	Objet	4	pyramide à base triangulaire	5	pyramide à base carrée	6	cube	6	prisme à base rectangulaire
x	y																				
0	4																				
1	5																				
2	6																				
3	7																				
Nombre de faces	Objet																				
4	pyramide à base triangulaire																				
5	pyramide à base carrée																				
6	cube																				
6	prisme à base rectangulaire																				

## Présentation des concepts

### ■ Dans la leçon 5.1 :

- tu as décrit une relation à l'aide de mots et tu l'as représentée par un ensemble de paires ordonnées, un diagramme sagittal, une table de valeurs et un diagramme à bandes.

### ■ Dans la leçon 5.2 :

- tu as identifié une fonction en vérifiant si les premiers éléments des paires ordonnées étaient tous différents ;
- tu as indiqué les éléments du domaine et de l'image ;
- tu as établi un lien entre les éléments du domaine et la variable indépendante, de même qu'entre les éléments de l'image et la variable dépendante ;
- tu as décrit une fonction à l'aide de mots et de façon algébrique à l'aide de la notation fonctionnelle.

## Évalue ta compréhension

### 5.1

1. Recopie ce tableau des représentations de différentes relations et complète-le.

	Description à l'aide de mots	Ensemble de paires ordonnées	Diagramme sagittal	Table de valeurs ou diagramme										
a)		{(peau, tambour), (peau, kayak), (écorce, panier), (pierre, inukshuk), (pierre, sculpture)}												
b)				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nombre</th> <th>Nombre de facteurs</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre	Nombre de facteurs	1	1	2	2	3	2	4	3
Nombre	Nombre de facteurs													
1	1													
2	2													
3	2													
4	3													
c)			<p>est généralement de couleur</p>											
d)	<p>Pour les nombres 1 à 4, le premier nombre d'une paire ordonnée est supérieur au deuxième nombre.</p>													

### 5.2

- a) Quelles relations du tableau de la question 1 sont des fonctions? Justifie tes réponses.

b) Indique le domaine et l'image de chaque fonction.
- a) Choisis deux ensembles de nombres et associe-les.

i) Crée une relation qui n'est pas une fonction. ii) Crée une fonction.

b) Représente chaque relation en a) de différentes façons.
- La température  $T$ , en degrés Celsius, à l'intérieur de la Terre dépend de la distance  $d$ , en kilomètres sous la surface:  $T(d) = 10d + 20$

a) Identifie la variable indépendante et la variable dépendante.

b) Écris la fonction sous la forme d'une équation à deux variables.

c) Détermine la valeur de  $T(5)$ . Que représente ce nombre?

d) Détermine la valeur de  $d$  telle que  $T(d) = 50$ . Que représente ce nombre?

# 5.3 Analyser et esquisser des graphiques

## OBJECTIF DE LA LEÇON

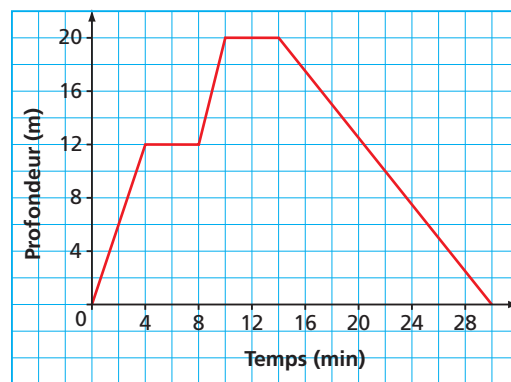
Décrire une situation correspondant à un graphique donné et esquisser un graphique correspondant à une situation donnée.



## Établis des liens

En mathématiques, un graphique peut fournir beaucoup d'information. Ce graphique présente la profondeur atteinte par un plongeur autonome en fonction du temps écoulé.

Une plongée sous-marine



Combien de minutes la plongée a-t-elle duré ?

À quels moments le plongeur s'est-il arrêté pendant la plongée ?

Quelle est la profondeur maximale atteinte par le plongeur ?

Combien de minutes le plongeur est-il resté à cette profondeur ?

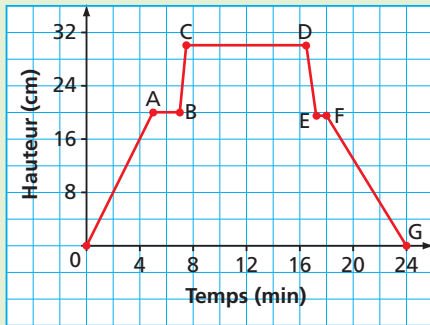
# Développe ta compréhension

## FAIS UN ESSAI

Travaille avec une ou un camarade. Tu as besoin de papier quadrillé.

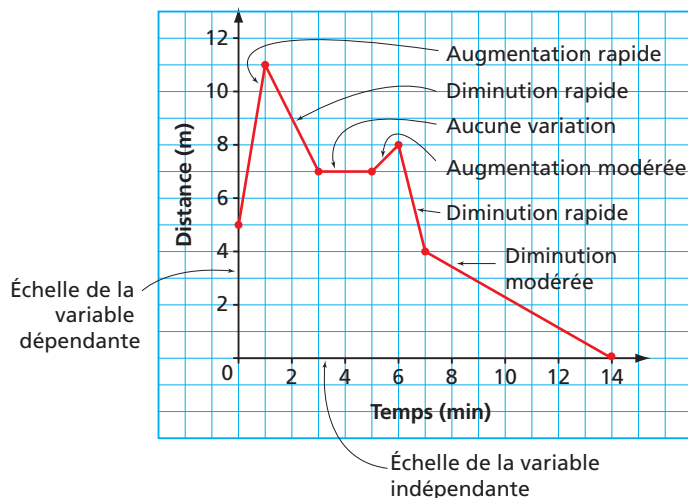
Ce graphique présente la hauteur de l'eau dans une baignoire en fonction du temps.

La hauteur de l'eau dans une baignoire



- A.** Que représente chaque segment du graphique? Compare ta description avec celle de ta ou de ton camarade. Vos explications sont-elles les mêmes? Devraient-elles l'être? Justifie ta réponse.
- B.** Esquisse un graphique qui représente la situation suivante:  
Tu mets le bouchon au fond de la baignoire, puis tu ouvres les robinets.  
Tu sors de la salle de bain et quand tu reviens, tu constates que l'eau a débordé.  
Tu fermes les robinets et tu enlèves le bouchon pour faire couler un peu d'eau. Tu remets le bouchon.
- C.** Compare ton graphique à celui de ta ou de ton camarade.  
Quelles sont les ressemblances? Quelles sont les différences?

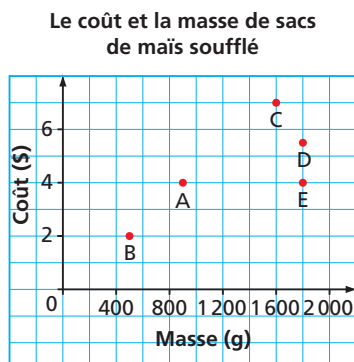
Les caractéristiques d'un graphique peuvent fournir des renseignements au sujet d'une situation donnée.



## Exemple 1 Interpréter un graphique

Chaque point du graphique ci-dessous représente un sac de maïs soufflé. Réponds aux questions suivantes et justifie tes réponses.

- Quel sac coûte le plus cher?  
Combien coûte-t-il?
- Quel sac a la plus petite masse?  
Quelle est sa masse?
- Quels sacs ont la même masse?  
Quelle est cette masse?
- Quels sacs coûtent le même prix?  
Quel est ce prix?
- Quel sac représente le meilleur achat : C ou D?

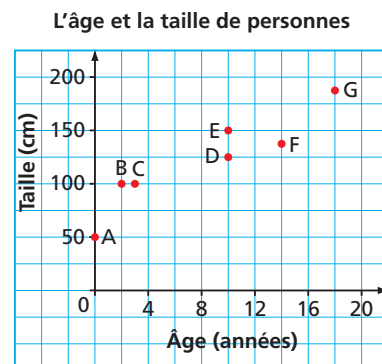


### SOLUTION

- Le sac C coûte le plus cher, car il est représenté par le point le plus haut du graphique et l'axe vertical représente le coût. Il coûte 7 \$.
- Le sac B a la plus petite masse, car il est représenté par le point le plus à gauche du graphique et l'axe horizontal représente la masse. Sa masse est d'environ 500 g.
- Les sacs D et E ont la même masse, car les points qui les représentent se situent sur la même ligne verticale du quadrillage, et cette ligne coupe l'axe *Masse* à 1 800. Leur masse est donc de 1 800 g.
- Les sacs A et E coûtent le même montant, car les points qui les représentent se situent sur la même ligne horizontale du quadrillage, et cette ligne coupe l'axe *Coût* à 4. Ils coûtent 4 \$.
- Le sac D représente le meilleur achat, car sa masse est supérieure à celle du sac C et il coûte moins cher que le sac C.

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Chaque point du graphique ci-dessous représente une personne. Réponds aux questions suivantes et justifie tes réponses.



- Quelle est la personne la plus âgée? Quel âge a-t-elle?
- Quelle est la personne la plus jeune? Quel âge a-t-elle?
- Quelles sont les deux personnes qui ont la même taille? Quelle est leur taille?
- Quelles sont les deux personnes qui ont le même âge? Quel âge ont-elles?
- Quelle personne est la plus grande pour son âge: B ou C?

[Réponses: a) G, 18 ans;  
b) A, nouveau-né; c) B et C, 100 cm;  
d) D et E, 10 ans; e) B]

Ce graphique représente-t-il une fonction? Justifie ta réponse.

Selon toi, pourquoi le sac D est-il plus coûteux que le sac E?



Le graphique ci-contre montre la variation du volume d'eau dans un arrosoir en fonction du temps.

Le volume d'eau initial est de 1 L. C'est le volume au point A.

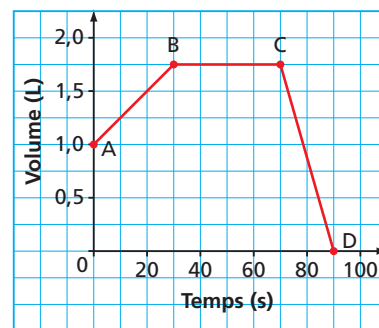
Le segment AB monte vers la droite, ce qui signifie que le volume d'eau augmente de 0 s à 30 s.

Le segment BC est horizontal, ce qui signifie que le volume d'eau est constant de 30 s à 70 s.

Le segment CD descend vers la droite, ce qui signifie que le volume d'eau diminue de 70 s à 90 s.

Au point D, le volume d'eau est de 0 L après 90 s.

Le volume d'eau dans un arrosoir

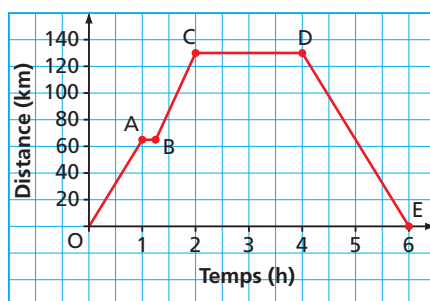


## Exemple 2 Décrire une situation correspondant à un graphique donné

Décris le trajet représenté par chaque segment du graphique ci-contre.

Winnipeg se trouve à 130 km de Winkler.

Une excursion d'un jour de Winnipeg à Winkler, au Manitoba



### SOLUTION

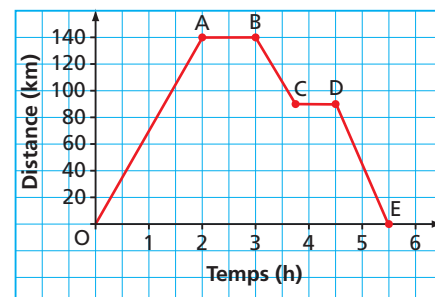
Segment	Graphique	Trajet
OA	Le segment monte vers la droite : à mesure que le temps augmente, la distance par rapport à Winnipeg augmente.	Au cours de la première heure, la voiture quitte Winnipeg et parcourt environ 65 km en direction de Winkler.
AB	Le segment est horizontal : à mesure que le temps augmente, la distance reste la même.	La voiture s'arrête environ 15 minutes.
BC	Le segment monte vers la droite : à mesure que le temps augmente, la distance augmente.	La voiture parcourt environ 65 km en direction de Winkler.
CD	Le segment est horizontal : à mesure que le temps augmente, la distance reste la même.	Au point C, la voiture a parcouru 130 km et elle a donc atteint Winkler. Elle s'y arrête 2 heures.
DE	Le segment descend vers la droite : à mesure que le temps augmente, la distance diminue.	La voiture revient à Winnipeg et effectue le trajet de 130 km en 2 heures.

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. Ce graphique représente une excursion d'un jour d'Athabasca à Kikino, deux villes de l'Alberta distantes d'environ 140 km.

Décris le trajet représenté par chaque segment du graphique.

Une excursion d'un jour d'Athabasca à Kikino



[Réponse : La voiture parcourt en 2 heures la distance de 140 km jusqu'à Kikino; elle s'arrête pendant 1 heure; elle roule pendant 45 minutes environ et parcourt une distance de 50 km vers Athabasca; elle s'arrête pendant 45 minutes environ; elle parcourt le reste de la distance jusqu'à Athabasca, soit environ 90 km, en 1 heure.]

Pendant combien de temps la voiture a-t-elle roulé ? Justifie ta réponse.

Nomme la variable indépendante et la variable dépendante.

### Exemple 3 Esquisser un graphique correspondant à une situation donnée

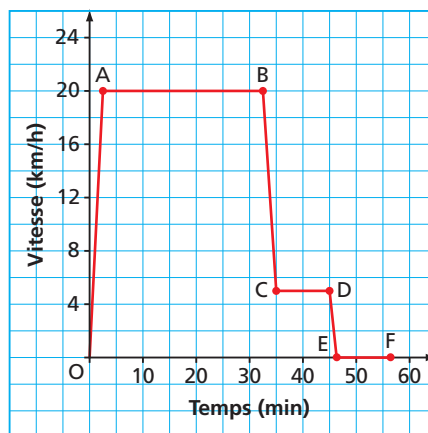
Samuel fait une promenade à bicyclette. Il accélère jusqu'à une vitesse de 20 km/h, puis il roule 30 minutes à une vitesse d'environ 20 km/h. Au pied d'une pente, Samuel réduit sa vitesse moyenne à environ 5 km/h pendant les 10 minutes de la montée. Une fois en haut de la pente, il s'arrête 10 minutes.

Esquisse un graphique pour représenter la vitesse de Samuel en fonction du temps. Nomme chaque partie du graphique et explique ce qu'elle représente.

#### SOLUTION

Trace les axes d'un plan cartésien et nomme-les. L'axe horizontal représente le temps en minutes. L'axe vertical représente la vitesse en kilomètres à l'heure.

La promenade à bicyclette de Samuel



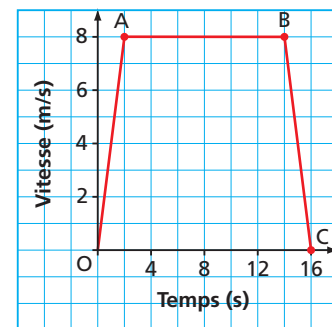
Segment	Trajet
OA	La vitesse de Samuel augmente de 0 à 20 km/h : le segment monte vers la droite.
AB	Samuel roule à environ 20 km/h pendant 30 minutes. Sa vitesse ne change pas : le segment est horizontal.
BC	La vitesse de Samuel diminue à 5 km/h : le segment descend vers la droite.
CD	Samuel monte la pente à une vitesse d'environ 5 km/h pendant 10 minutes. Sa vitesse ne change pas : le segment est horizontal.
DE	Samuel ralentit jusqu'à 0 km/h, c'est-à-dire que sa vitesse diminue : le segment descend vers la droite.
EF	Samuel reste arrêté pendant 10 minutes : le segment est horizontal.

#### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

3. Au début d'une course, Alicia met 2 secondes à atteindre une vitesse de 8 m/s. Elle court à une vitesse d'environ 8 m/s pendant 12 secondes, puis ralentit et s'arrête en 2 secondes. Esquisse un graphique de la vitesse en fonction du temps. Nomme chaque partie du graphique et explique ce qu'elle représente.

Réponse:

La course d'Alicia



Pourquoi le graphique ne se termine-t-il pas au point E ?

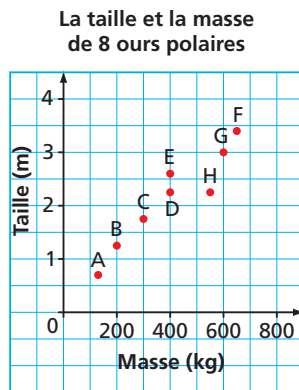
## Place à la discussion

- Dans un graphique de la distance en fonction du temps, que représente :
  - un segment horizontal ?
  - un segment qui monte vers la droite ?
  - un segment qui descend vers la droite ?
- Dans un graphique de la vitesse en fonction du temps, que représente :
  - un segment horizontal ?
  - un segment qui monte vers la droite ?
  - un segment qui descend vers la droite ?

## Exercices

### A

3. Chaque point du graphique représente un ours polaire. Réponds aux questions suivantes et justifie tes réponses.

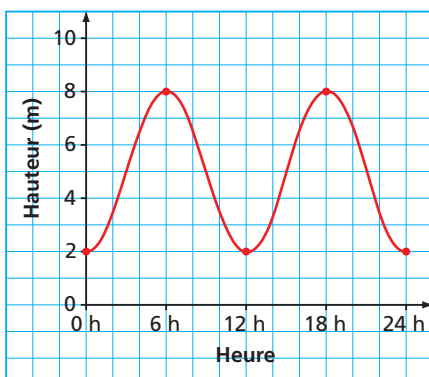


- Quel ours a la plus grande masse ?  
Quelle est sa masse ?
- Quel ours est le plus petit ? Quelle est sa taille ?
- Quels ours ont la même masse ?  
Quelle est cette masse ?
- Quels ours ont la même taille ?  
Quelle est cette taille ?

### B

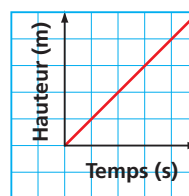
4. Ce graphique montre la hauteur de la marée dans un port en fonction de l'heure de la journée. Réponds aux questions et justifie tes réponses.

La hauteur de la marée dans un port

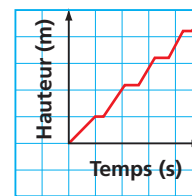


- Quelle hauteur maximale la marée atteint-elle ? À quelles heures ?
  - Quelle hauteur minimale la marée atteint-elle ? À quelles heures ?
  - Quelle hauteur la marée atteint-elle à 4 h ?
  - Quand la marée atteint-elle 4 m de hauteur ?
5. Pour hisser un drapeau, Sepideh tire sur la corde à deux mains pendant un court moment, puis place ses mains plus haut sur la corde et tire à nouveau. Elle continue ainsi jusqu'à ce que le drapeau soit hissé. Quel graphique représente le mieux la hauteur du drapeau ? Explique ton choix.

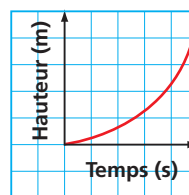
Graphique A



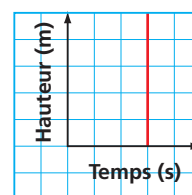
Graphique B



Graphique C

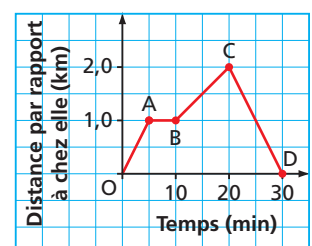


Graphique D

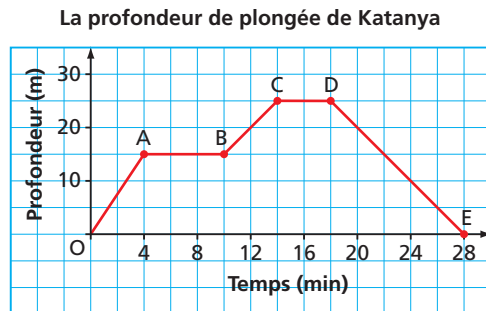


6. Gisèle court pour faire de l'exercice. Ce graphique montre la distance par rapport à chez elle pendant une de ses courses. Décris la course de Gisèle d'après chaque segment du graphique.

La course de Gisèle

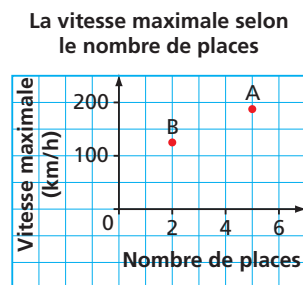
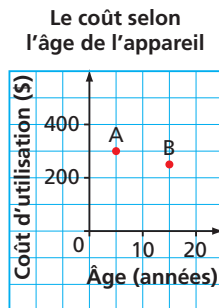


7. Katanya fait de la plongée en Égypte. Ce graphique montre sa profondeur sous le niveau de la mer en fonction du temps pendant une de ses plongées.



Écris tout ce que le graphique t'apprend sur la plongée de Katanya.

8. Les points A et B représentent le même hélicoptère dans chaque graphique.



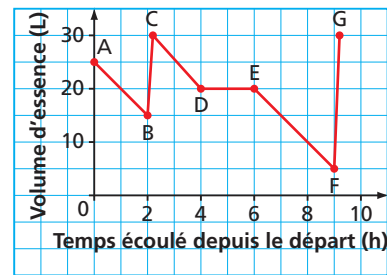
Quels énoncés sont vrais? Justifie tes réponses.

- L'hélicoptère le plus vieux coûte moins cher à utiliser.
- L'hélicoptère qui a le plus de places a la plus faible vitesse maximale.
- L'hélicoptère qui a la plus faible vitesse maximale coûte moins cher à utiliser.
- L'hélicoptère qui a la plus grande vitesse maximale est plus vieux.
- L'hélicoptère qui a le plus petit nombre de places est plus récent.



9. a) Décris la situation qui correspond à chaque segment du graphique.

**Le volume d'essence dans une motoneige**

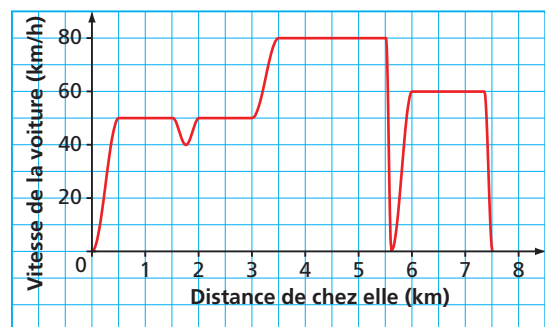


- b) Combien d'essence y avait-il dans le réservoir au départ? Le réservoir était-il plein à ce moment-là? Justifie ta réponse.

10. Un four est à la température de la pièce, soit 20 °C. Il atteint une température de 190 °C en 10 minutes. Puis, on y fait cuire des biscuits pendant 10 minutes. Une fois éteint, le four revient à la température de la pièce en 15 minutes. Esquisse un graphique de la température du four en fonction du temps. Nomme chaque partie du graphique et explique ce qu'elle représente.

11. Qu'indique ce graphique sur le trajet d'une personne pour se rendre au travail?

**Le trajet d'une personne pour se rendre au travail**

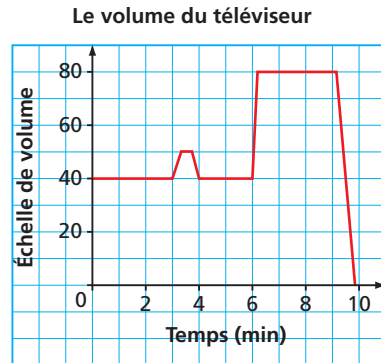


12. Un distributeur automatique dans une école vend des contenants de lait et de jus.
- Il ne vend aucun contenant entre 7 h et 8 h, et après 17 h.
  - Il a une capacité maximale de 100 contenants. À 7 h, il est plein aux trois quarts.
  - Les élèves sont en classe de 8 h à 10 h, de 10 h 15 à 12 h, et de 13 h à 15 h.
  - On remplit le distributeur à 11 h et à 16 h.
- Esquisse un graphique du nombre de contenants dans le distributeur en fonction du temps. Explique ce que chaque partie du graphique représente.

13. Une élève a esquisé un graphique afin de représenter la situation suivante :

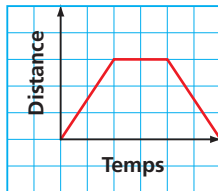
« Jonah regarde la télévision. Au bout de 3 minutes, sa mère entre dans la pièce. Jonah baisse un peu le volume du téléviseur, répond à sa mère et remonte le volume. Deux minutes plus tard, son père met le lave-vaisselle en marche et Jonah monte graduellement le volume. Trois minutes plus tard, il y a un message publicitaire et Jonah coupe le son. »

Décris toute erreur dans le graphique.

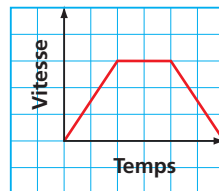


14. Les deux graphiques ci-dessous ont la même forme, mais leur axe vertical est différent. Reproduis chaque graphique et ajoute des nombres et des unités aux axes. Décris une situation qui peut correspondre à chaque graphique. Justifie tes réponses.

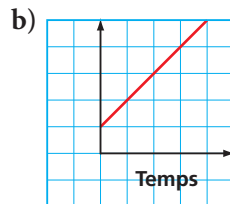
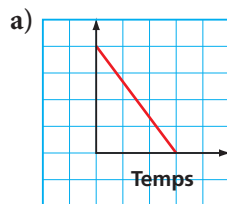
a) **Graphique A**



b) **Graphique B**

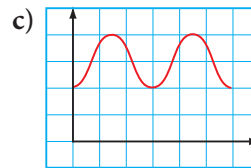
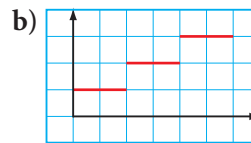
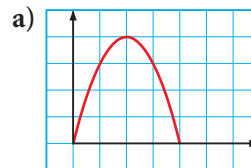


15. Chaque graphique présente une quantité en fonction du temps. Pour chacun, détermine une variable dépendante, et décris une situation qui peut correspondre au graphique. Reproduis le graphique et ajoute des nombres aux axes.

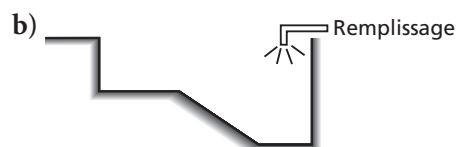
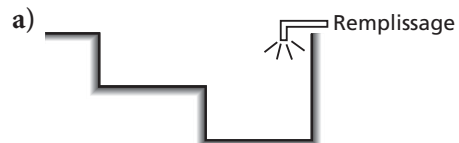


**C**

16. Chad fait du saut à l'élastique.
- Esquisse deux graphiques de son saut.
    - la distance au-dessus du sol en fonction du temps
    - la vitesse moyenne en fonction du temps
  - Explique les ressemblances et les différences entre les deux graphiques.
17. Pour chaque graphique, détermine une variable indépendante et une variable dépendante, puis décris une situation qui peut correspondre au graphique. Décris ce que représente chaque changement de forme ou de direction dans le graphique.



18. Voici la coupe transversale de deux piscines qu'on remplit d'eau au même débit constant. Esquisse deux graphiques dans le même plan cartésien afin de représenter la profondeur de l'eau dans chaque piscine en fonction du temps. Nomme les axes et justifie la forme de chaque graphique.



**Réfléchis**

Quelles caractéristiques du graphique utilises-tu quand tu décris une situation qui peut correspondre à un graphique? Comment t'en sers-tu? Inclus une esquisse d'un graphique dans ton explication.



# Représenter des données graphiquement

## OBJECTIF DE LA LEÇON

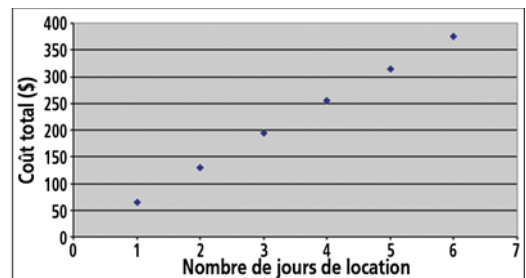
Représenter des données graphiquement et étudier le domaine et l'image lorsque les données représentent une fonction.



## Établis des liens

La location d'une voiture pendant moins d'une semaine chez Location Champion coûte 65 \$ par jour les trois premiers jours, puis 60 \$ par jour additionnel.

Nombre de jours de location	Coût total (\$)
1	65
2	130
3	195
4	255
5	315
6	375



Pourquoi les points du graphique ne sont-ils pas reliés ?

Cette relation est-elle une fonction ? Comment le sais-tu ?

Quel est le domaine ? Quelle est l'image ?

# Développe ta compréhension

## FAIS UN ESSAI

Travaille avec une ou un camarade.

Tu as besoin :

- d'une corde,
- d'un mètre rigide,
- de papier quadrillé, d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un ordinateur muni d'un tableur.

Quand tu fais des nœuds dans une corde, la longueur de la corde varie en fonction du nombre de nœuds formés.

**A.** Tu vas explorer la relation entre le nombre de nœuds et la longueur de la corde.

- Mesure la longueur de la corde sans nœuds. Fais un nœud dans la corde. Mesure la longueur de la corde avec ce nœud.
- Fais un nouveau nœud puis mesure la corde et recommence jusqu'à ce qu'il y ait 5 nœuds dans la corde. Essaie de faire des nœuds qui ont la même grosseur et la même tension.
- Inscris le nombre de nœuds et la longueur de la corde dans une table de valeurs.

Nombre de nœuds	Longueur de la corde (cm)

**B.** Représente les données graphiquement.

- Comment as-tu déterminé la variable à associer à chaque axe?
- Comment as-tu choisi l'échelle de chaque axe?
- As-tu relié les points? Justifie ta réponse.

**C.** Si tu as utilisé une calculatrice à affichage graphique, esquisse le graphique obtenu. Si tu as utilisé un tableur, imprime-le.

- La longueur de la corde est-elle fonction du nombre de nœuds? Justifie ta réponse. Si tu réponds oui, écris l'ensemble des paires ordonnées. Quel est le domaine de la fonction? Quelle est l'image?
- Est-il logique de prolonger le graphique vers la droite? Est-il logique de le prolonger vers la gauche?  
Si tu réponds oui, jusqu'où peux-tu prolonger le graphique? Quel est le nouveau domaine? Quelle est la nouvelle image? Si tu réponds non, quelles sont les restrictions sur le domaine et sur l'image?

Suppose que tu utilises une autre corde de la même longueur. La longueur de la corde sera-t-elle la même, après chaque nombre de nœuds, que pendant la première expérience? Justifie ta réponse.

- D. Suppose que tu combines tes données avec celles de 4 autres équipes.
- Quand tu représentes graphiquement toutes ces données, le graphique montre-t-il une fonction? Justifie ta réponse.
  - Suppose que tu calcules la longueur moyenne de corde pour chaque nombre de nœuds puis que tu représentes ces données graphiquement. Le graphique obtenu représente-t-il une fonction? Justifie ta réponse.

## Évalue ta compréhension

1. Pour chaque table de valeurs :
- i) Trace le graphique. Dois-tu relier les points? Justifie ta réponse.
  - ii) Indique si le graphique représente une fonction. Justifie ta réponse.
- a) À pression constante, la vitesse du son dans l'air varie selon la température de l'air.
- b) Chez la femme, la dose quotidienne de vitamine C recommandée varie selon l'âge.

Température de l'air (°C)	Vitesse du son (m/s)
0	331
5	334
10	337
15	340
20	343

Âge (années)	Dose de vitamine C (mg)
3	15
6	25
9	45
12	45
15	65
18	65
21	75

2. Représente graphiquement ces données, tirées de la question 9 de la leçon 5.2. Décide si tu dois relier les points ou non. Comment chaque graphique te permet-il de dire que chaque relation est une fonction?

a)

Nombre de boîtes de jus achetées, $n$	Coût, $C$ (\$)
1	2,39
2	4,00
3	6,39
4	8,00
5	10,39
6	12,00

b)

Altitude, $A$ (m)	Température, $T$ (°C)
610	15,0
1 220	11,1
1 830	7,1
2 440	3,1
3 050	-0,8
3 660	-4,8

# 5.5 Les graphiques de relations et de fonctions



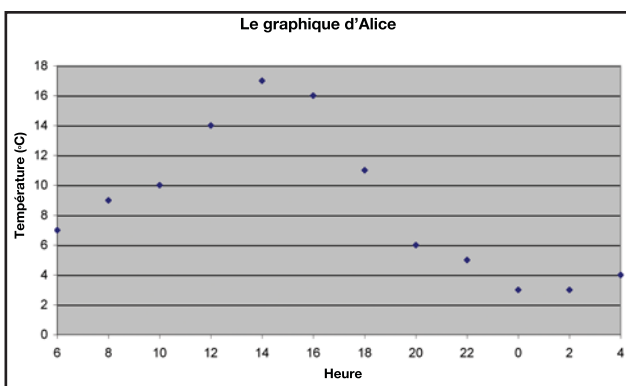
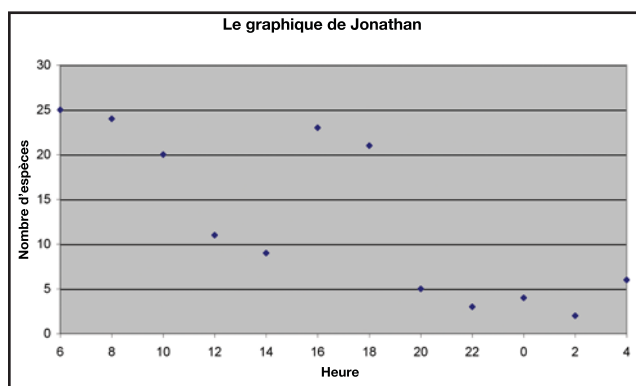
## OBJECTIF DE LA LEÇON

Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations et de fonctions.

Le grand-duc d'Amérique est l'oiseau emblème de l'Alberta.

## Établis des liens

Dans le cadre d'une étude environnementale dans le nord de l'Alberta, Jonathan a noté le nombre d'oiseaux de différentes espèces qu'il a vus ou entendus au cours d'une période de 1 heure, toutes les 2 heures, pendant 24 heures. Alice a noté la température à la fin de chaque période de 1 heure. Ils ont tous les deux représenté graphiquement leurs données.



Chaque graphique représente-t-il une relation? Représente-t-il une fonction? Comment le sais-tu?

Dans quel graphique devrait-on relier les points? Justifie ta réponse.

# Développe ta compréhension

## FAIS UN ESSAI

Travaille avec une ou un camarade.

Tu as besoin de papier quadrillé.

**A.** Chaque membre de l'équipe fait l'une des deux tâches suivantes :

- Un cube de sucre a un volume de  $5 \text{ cm}^3$  et une masse de 4 g.  
Trace le graphique de la masse de sucre en fonction du nombre de cubes, pour 0 à 5 cubes de sucre.
- Un volume de  $5 \text{ cm}^3$  de sucre granulé a aussi une masse de 4 g.  
Trace le graphique de la masse de sucre en fonction du volume de sucre granulé, pour des volumes allant de 0 à  $25 \text{ cm}^3$ .

**B.** Montre ton graphique à ta ou à ton camarade. Quelles sont les ressemblances? Quelles sont les différences?

**C.** Travaille avec ta ou ton camarade.

- Identifie la variable indépendante et la variable dépendante de chaque fonction. Comment as-tu choisi l'axe qui représente chaque variable?
- Comment as-tu décidé si tu devais relier ou non les points du graphique?
- Y a-t-il des restrictions sur le domaine ou sur l'image des fonctions? Justifie ta réponse.

Il y a plusieurs façons de représenter la fonction qui associe chaque nombre naturel à son double.

Utilise une table de valeurs.

Nombre naturel, $x$	Double du nombre, $y$
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

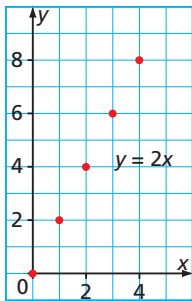
Cette table de valeurs se prolonge pour tous les nombres naturels.

Le domaine est l'ensemble des nombres naturels.

L'image est l'ensemble des nombres naturels pairs.



Utilise un graphique.



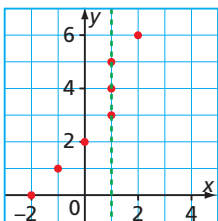
La relation  $y = 2x$  est une fonction, car chaque valeur de  $x$  est associée à une et une seule valeur de  $y$ , et chaque paire ordonnée a un premier élément différent.

Le *domaine* d'une fonction est l'ensemble des valeurs de la variable indépendante. Dans le graphique ci-dessus, il s'agit des valeurs de  $x$ .

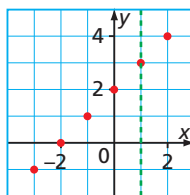
L'*image* d'une fonction est l'ensemble des valeurs de la variable dépendante. Dans le graphique ci-dessus, il s'agit des valeurs de  $y$ .

Quand le domaine est restreint à un ensemble de valeurs discrètes, les points du graphique ne sont pas reliés.

Une relation qui n'est pas une fonction a au moins deux paires ordonnées qui ont le même premier élément. Ainsi, lorsqu'on trace les paires ordonnées dans un plan cartésien, une droite verticale peut passer par deux des points.



Une fonction a des paires ordonnées qui n'ont jamais le même premier élément. Ainsi, lorsqu'on trace les paires ordonnées dans un plan cartésien, toutes les droites verticales possibles ne passent jamais par plus d'un point.



Qu'est-ce qui changerait dans le graphique si  $x$  et  $y$  étaient des nombres réels ?

Comment peux-tu déterminer le domaine et l'image à partir du graphique ?

### Le test de la droite verticale

Un graphique représente une fonction lorsqu'il est impossible de tracer une droite verticale qui passe par plus d'un point.

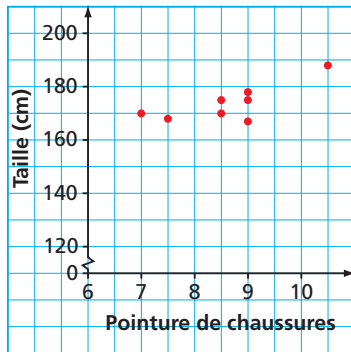
Place une règle à la verticale sur le graphique, puis fais-la glisser le long du graphique. Si le bord de la règle passe toujours par un seul point à la fois, le graphique représente une fonction.

## Exemple 1

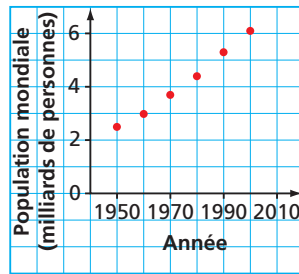
## Déterminer si un graphique représente une fonction

Quel graphique représente une fonction? Justifie ta réponse.

a) La taille selon la pointure de chaussures



b) La population mondiale

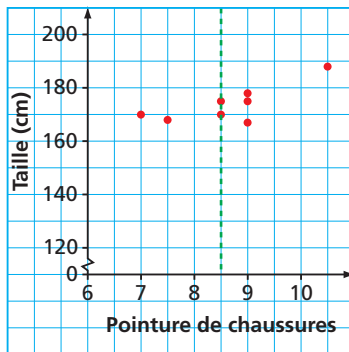


### SOLUTION

Effectue le test de la droite verticale pour chaque graphique.

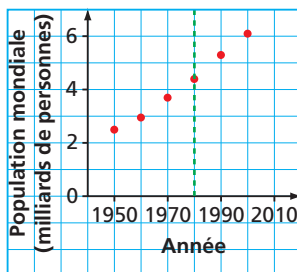
- a) Ce graphique ne représente pas une fonction, car une même droite verticale passe par deux des points.

La taille selon la pointure de chaussures



- b) Ce graphique représente une fonction. En effet, toute droite verticale passe par aucun point ou par un seul.

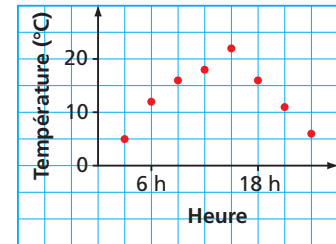
La population mondiale



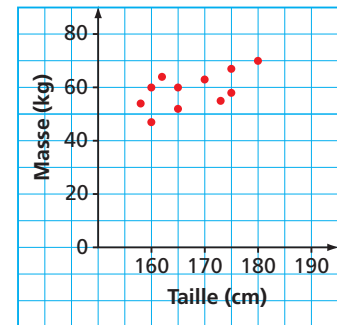
### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. Quel graphique représente une fonction? Justifie ta réponse.

a) La température extérieure pendant 24 heures



b) La masse des élèves selon leur taille



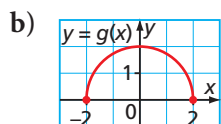
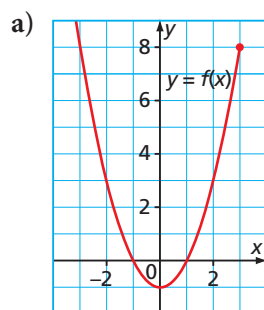
- [Réponses: a) une fonction;  
b) pas une fonction]

Quel est le lien entre le test de la droite verticale et la définition d'une fonction?

## Exemple 2

## Déterminer le domaine et l'image d'une fonction à partir de son graphique

Détermine le domaine et l'image de chaque fonction.



### SOLUTION

- a) Le point à l'extrémité droite de la courbe indique qu'elle se termine à cet endroit.

Il n'y a pas de point à l'extrémité gauche de la courbe, ce qui signifie que le graphique se prolonge à gauche.

Le domaine est l'ensemble des valeurs de  $x$  de la fonction.

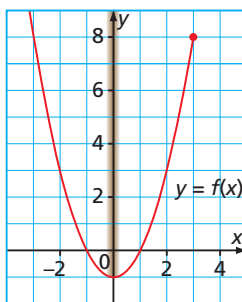
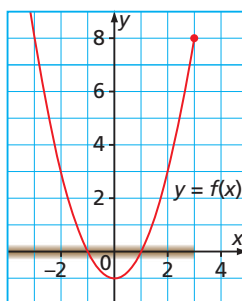
Imagine l'ombre que ferait la courbe sur l'axe des  $x$ .

Le domaine est l'ensemble des nombres réels inférieurs ou égaux à 3; autrement dit,  $x \leq 3$ .

L'image est l'ensemble des valeurs de  $y$  de la fonction.

Imagine l'ombre que ferait la courbe sur l'axe des  $y$ .

L'image est l'ensemble des nombres réels supérieurs ou égaux à  $-1$ ; autrement dit,  $y \geq -1$ .



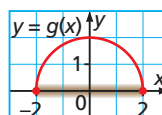
- b) Les points à chaque extrémité de la courbe signifient qu'elle se termine à ces endroits.

Le domaine est l'ensemble des valeurs de  $x$  de la fonction.

Imagine l'ombre que ferait la courbe sur l'axe des  $x$ .

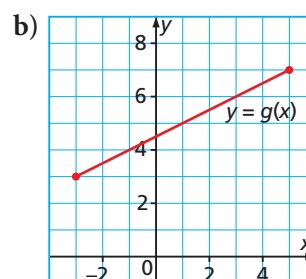
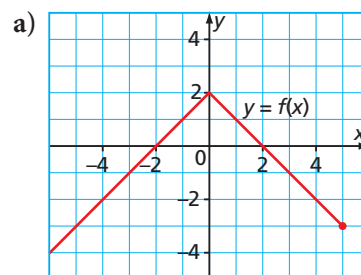
Le domaine est l'ensemble des nombres réels entre  $-2$  et  $2$  inclusivement; autrement dit,  $-2 \leq x \leq 2$ .

On dit: « $x$  est supérieur ou égal à  $-2$  et inférieur ou égal à  $2$ .»



### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. Détermine le domaine et l'image de chaque fonction.



- [Réponses: a)  $x \leq 5$ ;  $y \leq 2$   
b)  $-3 \leq x \leq 5$ ;  $3 \leq y \leq 7$ ]

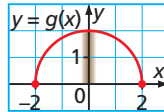
On utilise les signes d'inégalité pour indiquer le domaine et l'image.

(Suite de la solution à la page suivante)

L'image est l'ensemble des valeurs de  $y$  de la fonction.

Imagine l'ombre que ferait le graphique sur l'axe des  $y$ .

L'image est l'ensemble des nombres réels situés entre 0 et 2 inclusivement; autrement dit,  $0 \leq y \leq 2$ .



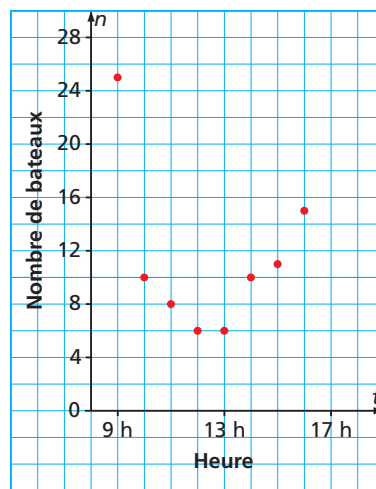
### Exemple 3

### Déterminer le domaine et l'image à partir du graphique d'une situation donnée

Ce graphique montre le nombre de bateaux de pêche,  $n$ , ancrés dans une anse des îles de la Reine-Charlotte en fonction de l'heure,  $h$ .

- Identifie la variable dépendante et la variable indépendante. Justifie tes choix.
- Pourquoi les points du graphique ne sont-ils pas reliés? Justifie ta réponse.
- Détermine le domaine et l'image du graphique.

Le nombre de bateaux de pêche ancrés dans une anse



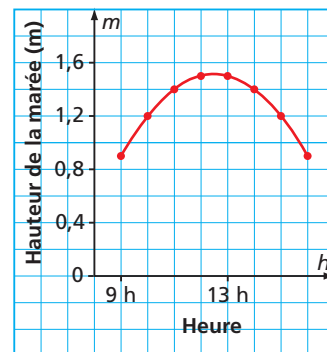
### SOLUTION

- Le nombre de bateaux de pêche varie en fonction de l'heure. Comme le nombre de bateaux,  $n$ , dépend de l'heure, la variable dépendante est  $n$  et la variable indépendante est  $h$ .
- Les points du graphique ne sont pas reliés parce qu'il ne peut y avoir qu'un nombre naturel de bateaux. Par conséquent, la plupart des valeurs entre les points ne sont pas acceptables. Par exemple, entre 10 h et 11 h, le nombre de bateaux diminue de 10 à 8. Tu pourrais tracer un point à  $n = 9$  si tu connaissais l'heure exacte, mais tu ne peux tracer aucun autre point entre 10 et 8, car il est impossible d'avoir des fractions de bateaux.
- Le domaine est l'ensemble des heures:  $\{9 \text{ h}, 10 \text{ h}, 11 \text{ h}, 12 \text{ h}, 13 \text{ h}, 14 \text{ h}, 15 \text{ h}, 16 \text{ h}\}$   
L'image est l'ensemble des nombres de bateaux:  $\{6, 8, 10, 11, 15, 25\}$

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Ce graphique montre la hauteur approximative de la marée,  $m$ , en mètres, en fonction de l'heure,  $h$ , à Port Clements, Haida Gwaii, le 17 juin 2009.

La hauteur de la marée à Port Clements le 17 juin 2009



- Identifie la variable dépendante et la variable indépendante. Justifie tes choix.
- Pourquoi les points du graphique sont-ils reliés? Justifie ta réponse.
- Détermine le domaine et l'image du graphique.

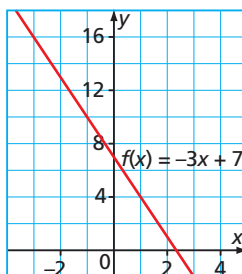
[Réponses: a)  $m, h$ ;  
c)  $9 \text{ h} \leq h \leq 16 \text{ h}$ ,  
 $0,9 \leq m \leq 1,5$ ]

## Exemple 4

## Déterminer les valeurs du domaine et de l'image à partir du graphique d'une fonction

Voici le graphique de la fonction  $f(x) = -3x + 7$ .

- Détermine la valeur de l'image associée à la valeur  $-2$  du domaine.
- Détermine la valeur du domaine associée à la valeur  $4$  de l'image.



### SOLUTION

La valeur du domaine est une valeur de  $x$ .  
La valeur de l'image est une valeur de  $f(x)$ .

- Détermine la valeur de  $f(x)$  lorsque  $x = -2$ .

Pars de  $x = -2$  sur l'axe des  $x$ .

Trace une droite verticale jusqu'au graphique, puis une droite horizontale du graphique jusqu'à l'axe des  $y$ . La droite semble couper l'axe des  $y$  à  $13$ .

Donc,  $f(-2) = 13$ .

Quand la valeur du domaine est  $-2$ , la valeur de l'image est  $13$ .

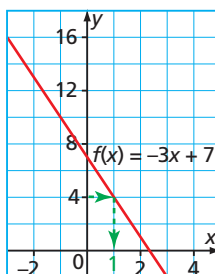
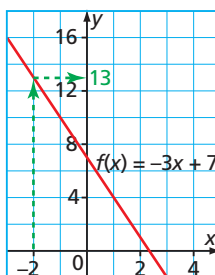
- Détermine la valeur de  $x$  lorsque  $f(x) = 4$ .

Puisque  $y = f(x)$ , pars de  $y = 4$  sur l'axe des  $y$ .

Trace une droite horizontale jusqu'au graphique, puis une droite verticale du graphique jusqu'à l'axe des  $x$ . La droite coupe l'axe des  $x$  à  $1$ .

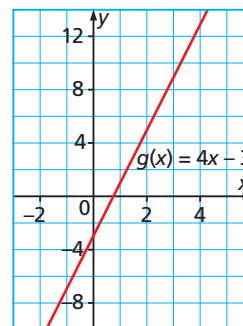
Donc, lorsque  $f(x) = 4$ ,  $x = 1$ .

Quand la valeur de l'image est  $4$ , la valeur du domaine est  $1$ .



### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Voici le graphique de la fonction  $g(x) = 4x - 3$ .



- Détermine la valeur de l'image associée à la valeur  $3$  du domaine.
- Détermine la valeur du domaine associée à la valeur  $-7$  de l'image.

[Réponses : a)  $9$ ; b)  $-1$ ]

## Place à la discussion

- Comment décides-tu de relier ou non les points d'un graphique ?
- Que peux-tu dire au sujet du domaine et de l'image d'une fonction à partir de son graphique ?
- Comment peux-tu déterminer si un graphique représente une fonction ?

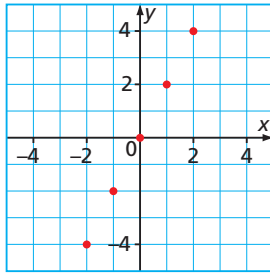


# Exercices

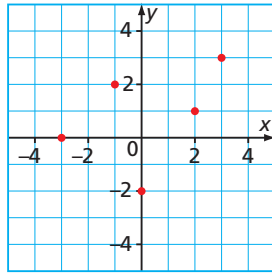
## A

4. Indique le domaine et l'image du graphique de chaque fonction.

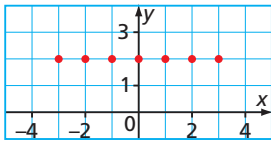
a)



b)



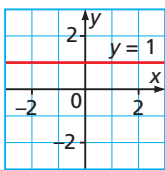
c)



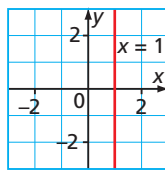
5. Comment sais-tu que chaque graphique de la question 4 représente une fonction?

6. Quel graphique représente une fonction? Justifie ta réponse.

a)

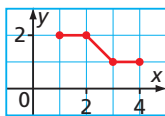


b)

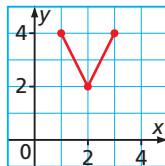


7. Associe le graphique de chaque fonction à un domaine et une image.

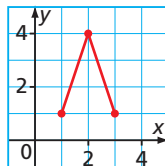
a)



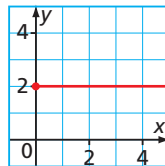
b)



c)



d)



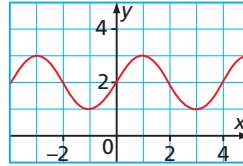
- i) domaine:  $1 \leq x \leq 3$ ; image:  $2 \leq y \leq 4$
- ii) domaine:  $1 \leq x \leq 3$ ; image:  $1 \leq y \leq 4$
- iii) domaine:  $x \geq 0$ ; image:  $y = 2$
- iv) domaine:  $1 \leq x \leq 4$ ; image:  $1 \leq y \leq 2$

## B

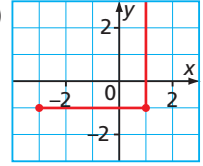
8. Quels graphiques représentent une fonction? Justifie ta réponse.

Détermine le domaine et l'image de chaque graphique.

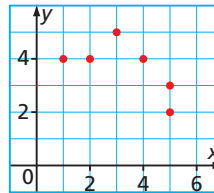
a)



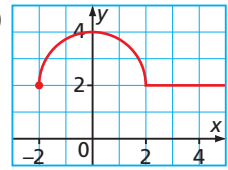
b)



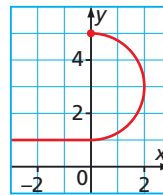
c)



d)

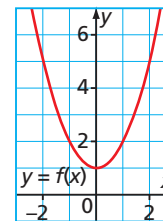


e)

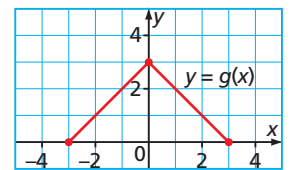


9. Détermine le domaine et l'image du graphique de chaque fonction.

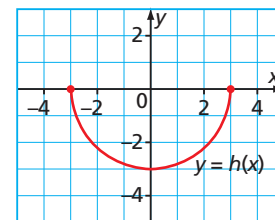
a)



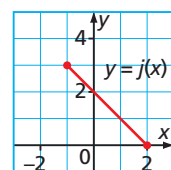
b)



c)



d)

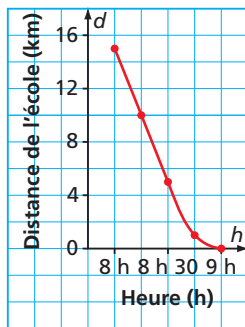


10. Un élève doit tracer un graphique pour chaque situation ci-dessous. Dans quels graphiques l'élève doit-il relier les points? Justifie tes réponses.

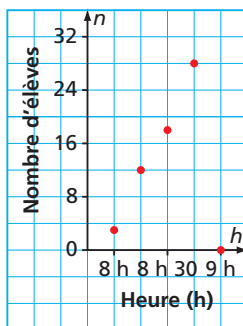
- Le coût d'un t-shirt sur mesure varie en fonction du nombre de lettres inscrites sur le t-shirt.
- L'altitude d'un avion varie en fonction du temps passé en vol.
- La masse d'un bébé varie en fonction de son âge.
- La racine cubique d'un nombre réel varie en fonction de ce nombre.

11. a) Que représentent les données dans chaque graphique?

I) **Graphique A**  
La distance entre l'autobus scolaire et l'école



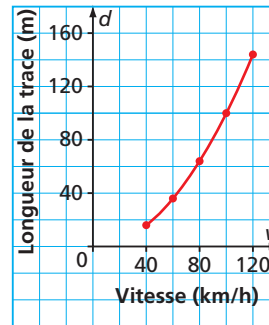
II) **Graphique B**  
Le nombre d'élèves dans un autobus scolaire



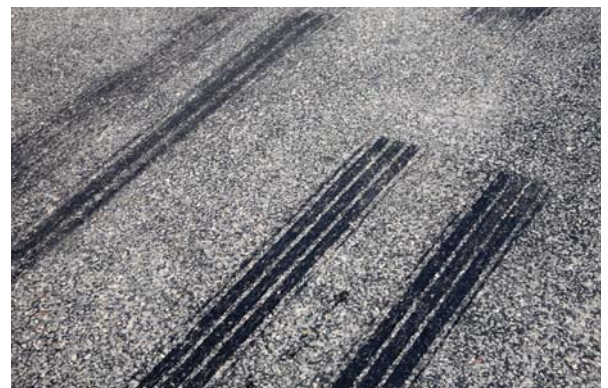
- Dans chaque cas, identifie la variable indépendante et la variable dépendante.
- Pourquoi les points sont-ils reliés dans un graphique et pas dans l'autre?

12. Quand les policiers enquêtent sur un accident de la route, ils peuvent estimer la vitesse du véhicule au moment de l'accident à partir de la longueur de la trace de freinage.

La trace de freinage d'un véhicule

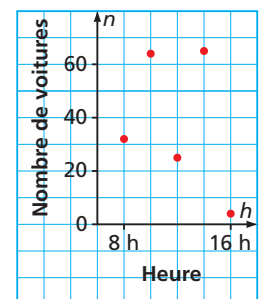


- Pourquoi les points du graphique sont-ils reliés?
- Estime le domaine et l'image du graphique. Y a-t-il des restrictions sur le domaine ou sur l'image? Justifie ta réponse.



13. Ce graphique montre le nombre  $n$  de voitures dans le stationnement de l'école en fonction de l'heure,  $h$ .

Le nombre de voitures dans le stationnement de l'école



- Identifie la variable indépendante et la variable dépendante. Justifie tes réponses.
- Pourquoi les points du graphique ne sont-ils pas reliés?
- Estime le domaine et l'image du graphique. Y a-t-il des restrictions sur le domaine ou sur l'image? Justifie ta réponse.

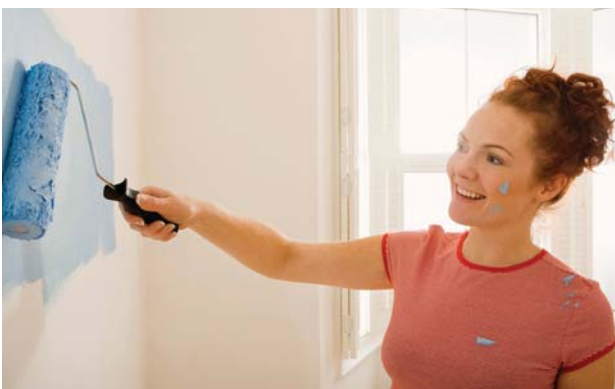
14. Paulatuq (ou Paulatuk) se trouve au nord du cercle arctique. La table de valeurs ci-dessous indique le nombre d'heures,  $h$ , où le Soleil est au-dessus de l'horizon tous les 60 jours à partir du 1<sup>er</sup> janvier, qui est le jour 0.

Jour	$h$
0	0
60	9,7
120	18,5
180	24,0
240	15,9
300	7,4
360	0

- Identifie la variable indépendante et la variable dépendante. Justifie tes choix.
  - Représente graphiquement les données de la table de valeurs. As-tu relié les points? Pourquoi?
  - Explique pourquoi cette relation est une fonction à l'aide du graphique et de la table de valeurs.
15. Un litre de peinture au latex recouvre environ  $8,5 \text{ m}^2$  et coûte 12 \$.
- Reproduis cette table de valeurs et complète-la.

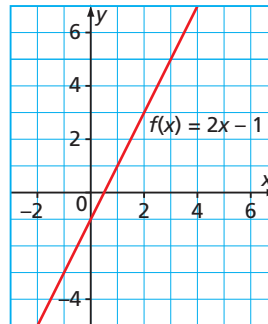
Volume de peinture, $p$ (L)	0	2	4	6	8
Coût, $c$ (\$)	0	24			
Aire recouverte, $A$ ( $\text{m}^2$ )	0	17			

- Trace le graphique de l'aire recouverte en fonction du volume de peinture utilisée.

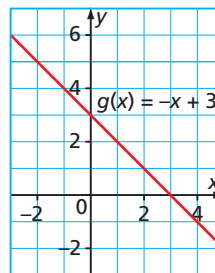


- Trace le graphique de l'aire recouverte en fonction du coût.
- Indique le domaine et l'image des fonctions en b) et en c).

16. Voici le graphique de la fonction  $f(x) = 2x - 1$ .



- Détermine la valeur de l'image associée à la valeur 0 du domaine.
  - Détermine la valeur du domaine associée à la valeur 5 de l'image.
17. Voici le graphique de la fonction  $g(x) = -x + 3$ .



- Détermine la valeur de l'image associée à la valeur  $-2$  du domaine.
  - Détermine la valeur du domaine associée à la valeur 0 de l'image.
18. Trace le graphique d'une fonction dans un plan cartésien. Indique le domaine et l'image de la fonction. Échange ton graphique contre celui d'une ou d'un camarade, et vérifie le domaine et l'image indiqués pour son graphique. Si tu trouves une erreur, corrige-la et explique tes corrections à ta ou à ton camarade.
19. Esquisse le graphique d'une fonction qui a le domaine et l'image indiqués.
- domaine:  $-2 \leq x \leq 3$ ; image:  $1 \leq y \leq 5$
  - domaine:  $x \geq 1$ ; image:  $-1 \leq y \leq 1$

20. Le temps qu'une planète met à parcourir son orbite correspond à une année. Étant donné que le temps que les planètes prennent pour faire le tour du Soleil varie, une année n'a pas la même durée pour chacune. La distance de la Terre au Soleil est égale à 1 unité astronomique. Voici la distance entre le Soleil et quelques planètes du système solaire.

	Terre	Jupiter	Saturne	Uranus
Distance par rapport au Soleil (unités astronomiques)	1	5	10	19
Durée de l'année (années terrestres)	1	12	29	84

- a) Représente graphiquement la durée de l'année en fonction de la distance entre la planète et le Soleil. As-tu relié les points? Justifie ta réponse.
- b) Indique le domaine et l'image de cette fonction.

### C

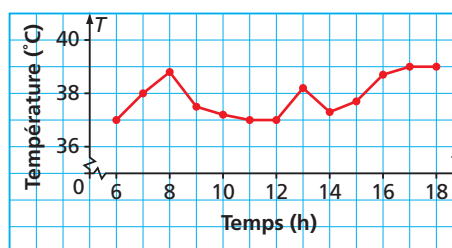
21. Voici le coût d'expédition d'une lettre au Canada en 2009.

Masse de la lettre	Coût (\$)
30 g ou moins	0,54
plus de 30 g jusqu'à 50 g	0,98
plus de 50 g jusqu'à 100 g	1,18
plus de 100 g jusqu'à 200 g	1,96
plus de 200 g jusqu'à 500 g	2,75

- a) Représente graphiquement le coût d'expédition d'une lettre en fonction de sa masse. As-tu relié les points? Justifie ta réponse.
- b) Indique le domaine et l'image de cette fonction.

22. À l'hôpital, on prend la température d'un patient toutes les heures.

La température du patient en fonction du temps



- Est-il approprié de relier les points? Justifie ta réponse.



23. L'affirmation suivante est-elle vraie? Tout nombre réel peut représenter une mesure du temps, donc il faut relier les points dans tout graphique qui a le temps comme variable indépendante. Justifie ta réponse à l'aide d'exemples.
24. Premier mode de paiement: La personne reçoit 1 ¢ le premier jour, puis le montant double chaque jour.  
Second mode de paiement: La personne reçoit 10 \$ chaque jour.  
Dans chaque cas, le montant reçu dépend du nombre de jours.
- a) Construis une table de valeurs pour chaque mode de paiement.
- b) Représente les données graphiquement.
- c) Quel mode de paiement préfères-tu si tu reçois de l'argent pendant 30 jours? Justifie ta réponse.

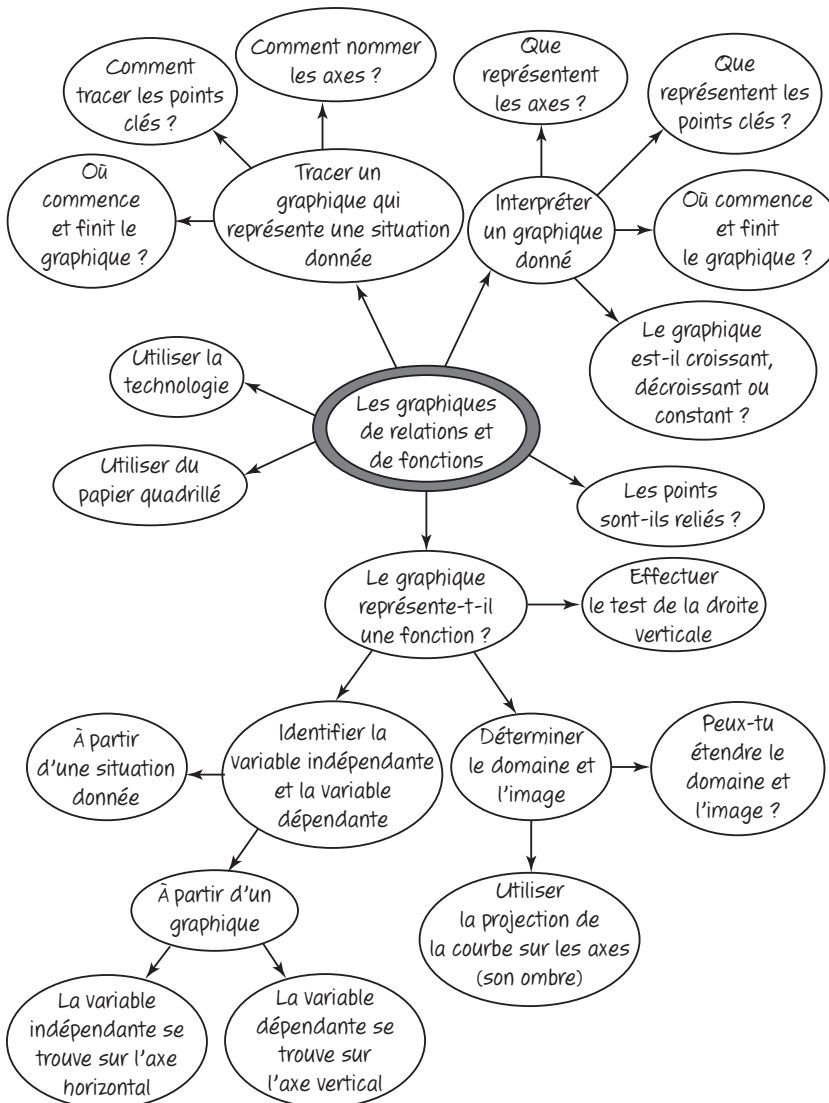
## Réfléchis

Généralise les règles qui te permettent de déterminer si un graphique représente une fonction et explique-les. Comment détermines-tu le domaine et l'image d'une fonction à partir de son graphique? Inclus des exemples.

# PAUSE VÉRIFICATION 2

## Liens

## Présentation des concepts



### ■ Dans la leçon 5.3 :

- tu as interprété des graphiques représentant différentes situations, à l'aide de tes connaissances sur les fonctions ;
- tu as esquissé des graphiques représentant différentes situations, à l'aide de tes connaissances sur les fonctions.

### ■ Dans la leçon 5.4 :

- tu as généré des données correspondant à une relation, puis tu as représenté graphiquement et analysé ces données.

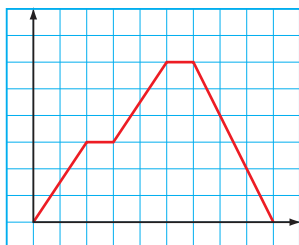
### ■ Dans la leçon 5.5 :

- tu as déterminé si un graphique représente une fonction à l'aide du test de la droite verticale ;
- tu as identifié la variable indépendante et la variable dépendante d'une fonction ;
- tu as représenté graphiquement la table de valeurs de fonctions, puis tu as déterminé le domaine et l'image ;
- tu as relié les points d'un graphique lorsque la valeur des variables peut être tout nombre réel.

## Évalue ta compréhension

### 5.3

1. Reproduis le graphique ci-dessous. Nomme les axes, puis décris une situation que ce graphique pourrait représenter. Justifie ta description.



### 5.4

2. a) À l'aide d'un outil technologique ou de papier quadrillé, représente graphiquement ces données sur des personnes de 18 ans ou moins.

Âge (années)	Masse (kg)
14	45
14	50
15	56
15	64
17	65
18	90

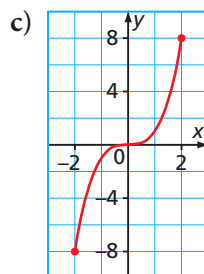
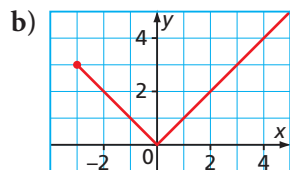
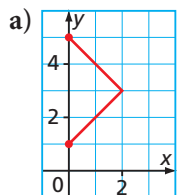
- b) Dois-tu relier les points du graphique? Explique ton raisonnement.

- c) Quels sont le domaine et l'image de cet ensemble de données?

- d) Suppose que tu inclus dans ton graphique d'autres données sur des personnes de 18 ans ou moins ayant des masses différentes. Y a-t-il des restrictions sur le domaine et sur l'image? Si tu réponds oui, indique-les. Si tu réponds non, explique pourquoi il n'y a pas de restrictions.

### 5.5

3. Quels graphiques représentent une fonction? Justifie ta réponse. Indique le domaine et l'image de chaque graphique.





# 5.6 Les caractéristiques des relations linéaires

## OBJECTIF DE LA LEÇON

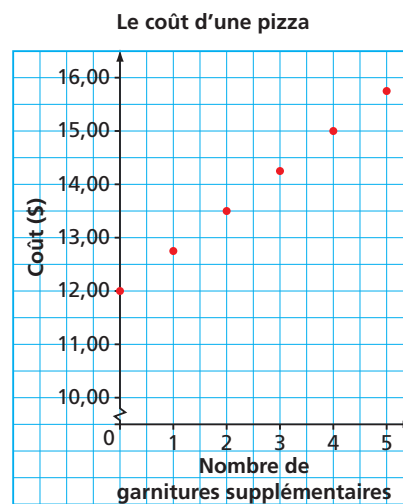
Reconnaître des relations linéaires et les représenter de différentes façons.



## Établis des liens

La table de valeurs et le graphique ci-dessous présentent le coût d'une pizza qui comporte jusqu'à 5 garnitures supplémentaires.

Nombre de garnitures supplémentaires	Coût (\$)
0	12,00
1	12,75
2	13,50
3	14,25
4	15,00
5	15,75



Quelles régularités remarques-tu dans la table de valeurs?

Écris une règle de la régularité qui relie le coût d'une pizza à son nombre de garnitures.

Comment ces régularités se reflètent-elles dans le graphique?

Comment la table de valeurs te permet-elle d'affirmer que le graphique représente une relation linéaire?

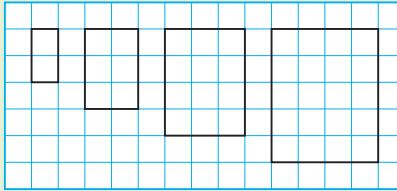
# Développe ta compréhension

## FAIS UN ESSAI

Travaille avec une ou un camarade.

Tu as besoin de papier quadrillé à 1 cm.

Utilise cette régularité de rectangles, qui se prolonge.



- A.** Dessine les deux prochains rectangles de la régularité.  
Copie chaque table de valeurs et remplis-la pour les 6 rectangles.

Largeur du rectangle (cm)	Aire (cm <sup>2</sup> )
1	
2	

Largeur du rectangle (cm)	Périmètre (cm)
1	
2	

- B.** Quelle table de valeurs représente une relation linéaire?  
Comment le sais-tu?
- C.** Représente graphiquement chaque table de valeurs.  
Chaque graphique représente-t-il une relation linéaire?  
Comment le sais-tu?

Le coût de location d'une voiture est de 60 \$, plus 20 \$ par 100 km parcourus. La variable indépendante est la distance parcourue et la variable dépendante est le coût. Il existe différentes façons de vérifier s'il s'agit d'une relation linéaire.

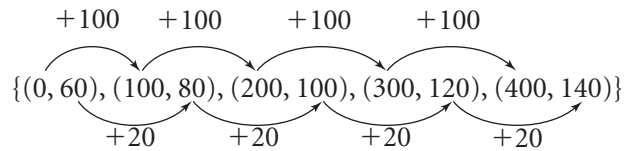
- Utiliser une table de valeurs.

Variable indépendante	Distance (km)	Coût (\$)	Variable dépendante
	0	60	
+100	100	80	+20
+100	200	100	+20
+100	300	120	+20
+100	400	140	+20

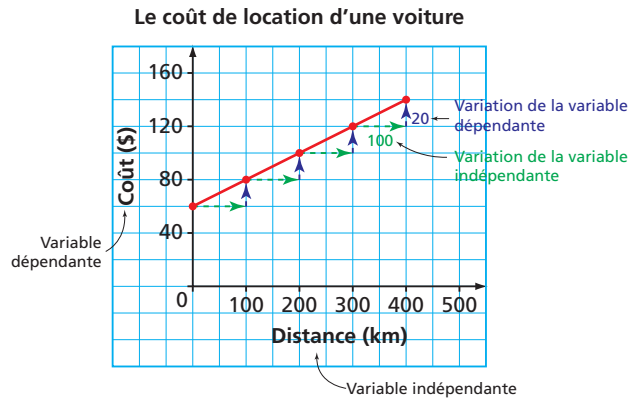
Dans une relation linéaire, une variation constante de la variable indépendante produit une variation constante de la variable dépendante.

Pourquoi est-il important de dresser la liste des paires ordonnées par ordre croissant de leurs premiers éléments ?

- Utiliser un ensemble de paires ordonnées.



- Utiliser un graphique.



Le graphique d'une relation linéaire est une droite.

Chaque représentation ci-dessus permet de calculer le **taux de variation**.

Ce taux correspond à la fraction suivante :

$$\frac{\text{variation de la variable dépendante}}{\text{variation de la variable indépendante}} = \frac{20 \$}{100 \text{ km}}$$

$$= 0,20 \text{ \$/km}$$

Le taux de variation est de 0,20 \$/km, c'est-à-dire que pour chaque kilomètre supplémentaire parcouru, le coût de location augmente de 20 ¢. Dans une relation linéaire, le taux de variation est constant.

Tu peux déterminer le taux de variation à partir de l'équation qui définit la relation linéaire. Soit  $C$ , le coût de location en dollars, et  $d$ , la distance parcourue en kilomètres. Voici une équation de cette relation linéaire :

$$C = 0,20d + 60$$

↑    ↑    ↑    ↖    ↖    ↖  
 variable dépendante    variable indépendante    taux de variation    montant initial



## Exemple 1

### Déterminer si une table de valeurs représente une relation linéaire

Quelle table de valeurs représente une relation linéaire?  
Justifie ta réponse.

- a) La relation entre la température en degrés Celsius,  $C$ , et la température en degrés Fahrenheit,  $F$

$C$	$F$
0	32
5	41
10	50
15	59
20	68

- b) La relation entre l'intensité du courant en ampères,  $I$ , et la puissance en watts,  $P$ , dans un circuit électrique

$I$	$P$
0	0
5	75
10	300
15	675
20	1 200

### SOLUTION

Les valeurs de la première colonne apparaissent par ordre croissant.  
Calcule la variation de chaque variable.

a)

$C$	Variation de $C$	$F$	Variation de $F$
0		32	
5	$5 - 0 = 5$	41	$41 - 32 = 9$
10	$10 - 5 = 5$	50	$50 - 41 = 9$
15	$15 - 10 = 5$	59	$59 - 50 = 9$
20	$20 - 15 = 5$	68	$68 - 59 = 9$

Puisque les variations des deux variables sont constantes, la table de valeurs représente une relation linéaire.

b)

$I$	Variation de $I$	$P$	Variation de $P$
0		0	
5	$5 - 0 = 5$	75	$75 - 0 = 75$
10	$10 - 5 = 5$	300	$300 - 75 = 225$
15	$15 - 10 = 5$	675	$675 - 300 = 375$
20	$20 - 15 = 5$	1 200	$1\ 200 - 675 = 525$

Les variations de  $I$  sont constantes, mais les variations de  $P$  ne le sont pas. Par conséquent, la table de valeurs ne représente pas une relation linéaire.

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. Quelle table de valeurs représente une relation linéaire? Justifie ta réponse.
- a) La relation entre le nombre de bactéries dans une culture,  $n$ , et le temps,  $t$ , en minutes.

$t$	$n$
0	1
20	2
40	4
60	8
80	16
100	32

- b) La relation entre la taxe sur les produits et services en dollars,  $T$ , et le montant de l'achat,  $A$ , en dollars.

$A$	$T$
60	3
120	6
180	9
240	12
300	15

[Réponse : a) non linéaire ; b) linéaire]

Quelles autres stratégies peux-tu utiliser pour vérifier si chaque table de valeurs représente une relation linéaire ?

Quand une équation contient les variables  $x$  et  $y$ ,  $x$  représente la variable indépendante et  $y$  représente la variable dépendante.

## Exemple 2 Déterminer si une équation définit une relation linéaire

a) Représente graphiquement chaque équation.

i)  $y = -3x + 25$

ii)  $y = 2x^2 + 5$

iii)  $y = 5$

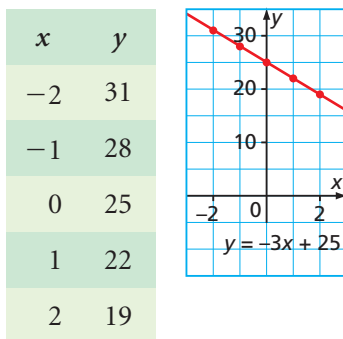
iv)  $x = 1$

b) Quelles équations en a) définissent une relation linéaire? Comment le sais-tu?

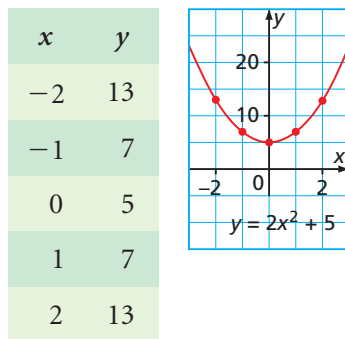
### SOLUTION

a) Construis une table de valeurs, puis représente graphiquement la relation.

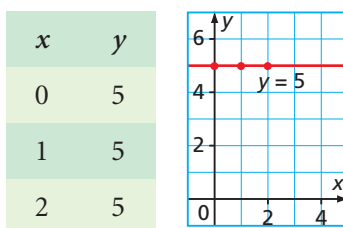
i)  $y = -3x + 25$



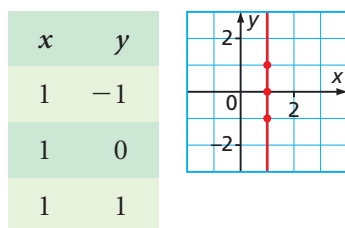
ii)  $y = 2x^2 + 5$



iii)  $y = 5$



iv)  $x = 1$



b) Les graphiques en i), iii) et iv) sont des droites, donc leur équation définit une relation linéaire; il s'agit des équations  $y = -3x + 25$ ,  $y = 5$  et  $x = 1$ .  
Le graphique en ii) n'est pas une droite, donc son équation ne définit pas une relation linéaire.

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. a) Représente graphiquement chaque équation.

i)  $x = -2$

ii)  $y = x + 25$

iii)  $y = 25$

iv)  $y = x^2 + 25$

b) Quelles équations en a) définissent une relation linéaire? Comment le sais-tu?

[Réponses: b)  $x = -2$ ,  
 $y = x + 25$ ,  $y = 25$ ]

### Exemple 3 Reconnaître une relation linéaire

Laquelle de ces relations est linéaire? Justifie ta réponse.

- a) Une voiture neuve coûte 24 000 \$. Chaque année, sa valeur diminue de 15 %. Il y a une relation entre la valeur et le temps.
- b) Pour une visite à domicile, un plombier facture un montant de base de 75 \$, plus 50 \$ par heure de travail. Il y a une relation entre le coût total et le temps.

#### SOLUTION

Construis une table de valeurs, puis vérifie si la relation est linéaire.

- a) Chaque année, la valeur diminue de 15 %.  
La voiture a ainsi  $100\% - 15\% = 85\%$  de sa valeur précédente.  
Multiplie donc chaque valeur par 0,85.

	Temps (années)	Valeur (\$)	
+1	0	24 000	-3 600
+1	1	20 400	-3 060
+1	2	17 340	-2 601
+1	3	14 739	

Il y a une variation constante de 1 dans la première colonne, mais la différence obtenue dans la seconde colonne n'est pas constante. La relation n'est donc pas linéaire.

- b) Après la première heure, le coût augmente de 50 \$ par heure.

	Temps (h)	Coût (\$)	
+1	0	75	+50
+1	1	125	+50
+1	2	175	+50
+1	3	225	+50
+1	4	275	+50

Il y a une variation constante de 1 dans la première colonne, et une variation constante de 50 dans la seconde colonne. La relation est donc linéaire.

#### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- 3. Laquelle de ces relations est linéaire? Justifie ta réponse.

- a) Un traîneau à chiens se déplace à une vitesse moyenne de 10 km/h le long d'une rivière gelée. Il y a une relation entre la distance et le temps.
- b) Il y a une relation entre l'aire d'un carré et sa longueur de côté.

[Réponses: a) linéaire;  
b) non linéaire]

Quelle équation peut définir la relation linéaire en b)?



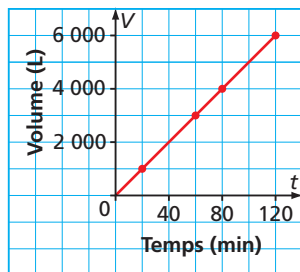
## Exemple 4

### Déterminer le taux de variation d'une relation linéaire à partir de son graphique

Le réservoir d'eau d'une ferme près de Swift Current, en Saskatchewan, a une capacité de 6 000 L. Le graphique A représente le réservoir d'eau qui se remplit à un rythme constant. Le graphique B représente le réservoir d'eau qui se vide à un rythme constant.

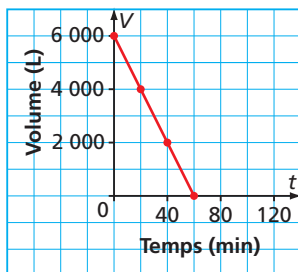
Graphique A

Le remplissage du réservoir d'eau



Graphique B

La vidange du réservoir d'eau



- Identifie la variable indépendante et la variable dépendante.
- Détermine le taux de variation de chaque relation, puis décris ce qu'il représente.

## SOLUTION

Pour le graphique A

- La variable indépendante est le temps,  $t$ .  
La variable dépendante est le volume,  $V$ .
- Choisis deux points sur la droite. Calcule la variation de chaque variable d'un point à l'autre.

Variation du volume:

$$4\,000\text{ L} - 3\,000\text{ L} = 1\,000\text{ L}$$

Variation du temps:

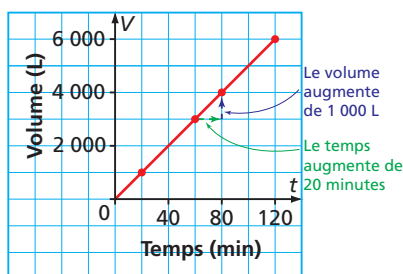
$$80\text{ min} - 60\text{ min} = 20\text{ min}$$

$$\text{Taux de variation: } \frac{1\,000\text{ L}}{20\text{ min}} = 50\text{ L/min}$$

Le taux de variation est positif, ce qui signifie que le volume augmente avec le temps.

Chaque minute, 50 L d'eau entrent dans le réservoir.

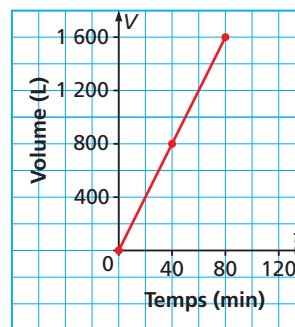
Graphique A  
Le remplissage du réservoir d'eau



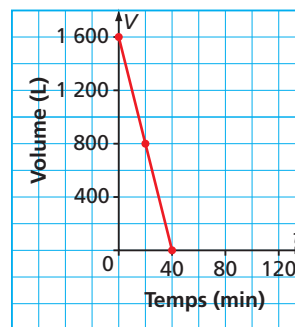
## VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Un bain à remous contient 1 600 L. Le graphique A représente le bain qui se remplit à un rythme constant. Le graphique B représente le bain qui se vide à un rythme constant.

Graphique A  
Le remplissage du bain



Graphique B  
La vidange du bain



- Identifie la variable indépendante et la variable dépendante.
- Détermine le taux de variation de chaque relation, puis décris ce qu'il représente.

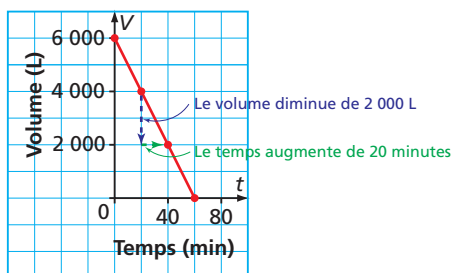
[Réponses: Graphique A: a)  $V$ ,  $t$ ,  
b) 20 L/min; Graphique B: a)  $V$ ,  $t$ ,  
b) -40 L/min]

(Suite de la solution à la page suivante)

Pour le graphique B

- La variable indépendante est le temps,  $t$ .  
La variable dépendante est le volume,  $V$ .
- Choisis deux points sur la droite. Calcule la variation de chaque variable d'un point à l'autre.

**Graphique B**  
La vidange du réservoir d'eau



Variation du volume:  $2\,000\text{ L} - 4\,000\text{ L} = -2\,000\text{ L}$

Variation du temps:  $40\text{ min} - 20\text{ min} = 20\text{ min}$

Taux de variation:  $\frac{-2\,000\text{ L}}{20\text{ min}} = -100\text{ L/min}$

Le taux de variation est négatif, ce qui signifie que le volume diminue avec le temps. Chaque minute, 100 L d'eau sortent du réservoir.



## Place à la discussion

- Comment peux-tu déterminer si une relation est linéaire à partir des représentations suivantes?
  - une description verbale
  - un ensemble de paires ordonnées
  - une table de valeurs
  - une équation
  - un graphique
- Qu'est-ce qu'un « taux de variation »? Comment peux-tu déterminer le taux de variation d'une relation linéaire à partir de chaque représentation de la question 1?

# Exercices

## A

3. Quelles tables de valeurs représentent une relation linéaire? Justifie tes réponses.

a)

Temps (min)	Distance (m)
0	10
2	50
4	90
6	130

b)

Temps (s)	Vitesse (m/s)
0	10
1	20
2	40
3	80

c)

Vitesse (m/s)	Temps (s)
15	7,5
10	5
5	2,5
0	0

d)

Distance (m)	Vitesse (m/s)
4	2
16	4
1	1
9	3

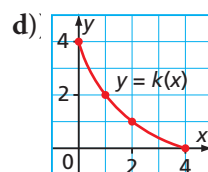
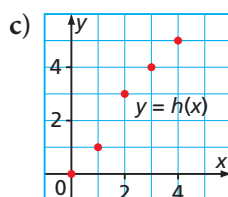
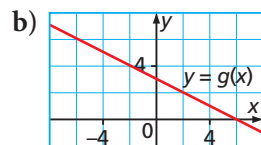
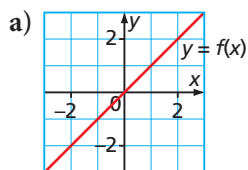
4. Quel ensemble de paires ordonnées représente une relation linéaire? Justifie tes réponses.

a)  $\{(3, 11), (5, 9), (7, 7), (9, 5)\}$

b)  $\{(-2, 3), (0, 1), (2, -3), (4, -7)\}$

c)  $\{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 3)\}$

5. Quels graphiques représentent une relation linéaire? Comment le sais-tu?



## B

6. a) Construis une table de valeurs si nécessaire, puis représente graphiquement chaque relation.

i)  $y = 2x + 8$

ii)  $y = 0,5x + 12$

iii)  $y = x^2 + 8$

iv)  $y = 2x$

v)  $x = 7$

vi)  $x + y = 6$

b) Quelles équations en a) définissent une relation linéaire? Comment le sais-tu?

7. Pour chaque relation ci-dessous :

i) identifie la variable dépendante et la variable indépendante;

ii) détermine si la relation est linéaire à partir de la table de valeurs;

iii) si la relation est linéaire, détermine son taux de variation.

a) La distance nécessaire pour immobiliser une voiture après avoir enfoncé la pédale de frein est appelée la « distance de freinage ». Il y a une relation entre la distance de freinage,  $d$ , en mètres, et la vitesse,  $v$ , de la voiture, en kilomètres à l'heure, au moment où on enfonce la pédale de frein.

$v$ (km/h)	$d$ (m)
50	13
60	20
70	27
80	35

b) Il y a une relation entre l'altitude en mètres,  $a$ , d'un avion et le temps en minutes,  $t$ , écoulé depuis le début de la descente.

$t$ (min)	$a$ (m)
0	12 000
2	11 600
4	11 200
6	10 800
8	10 400

8. Voici la relation entre la distance en kilomètres,  $d$ , jusqu'à l'horizon et la hauteur en mètres,  $h$ , d'une montgolfière.

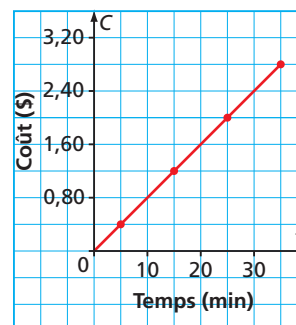
$h$ (m)	$d$ (km)
5	8
10	11
30	20
50	25
100	36

- a) Représente graphiquement ces données.  
 b) La relation est-elle linéaire? Quelle stratégie as-tu utilisée pour le vérifier?
9. La Terre tourne d'environ  $360^\circ$  en 24 heures. L'ensemble de paires ordonnées ci-dessous décrit cette rotation. Le premier élément est le temps, en heures, et le deuxième élément est l'angle approximatif de rotation, en degrés. Décris deux stratégies que tu peux utiliser pour déterminer si cette relation est linéaire.  $\{(0, 0), (6, 90), (12, 180), (18, 270), (24, 360)\}$
10. Sophie veut aller au festival Edmonton Chante avec quatre de ses amis. La chambre d'hôtel coûte 95 \$ pour deux personnes, plus 10 \$ par personne additionnelle. Il y a une relation entre le coût total et le nombre de personnes. Cette relation est-elle linéaire? Comment le sais-tu?
11. Une parachutiste saute d'une hauteur de 3 600 m. Au cours des 12 premières secondes, sa hauteur au-dessus du sol, en mètres, est décrite par cet ensemble de paires ordonnées:  $\{(0; 3\ 600), (4; 3\ 526), (8; 3\ 353,5), (12; 3\ 147,5)\}$ . Au cours des 21 secondes suivantes, sa hauteur au-dessus du sol, en mètres, est décrite par cet ensemble de paires ordonnées:  $\{(15; 2\ 988,5), (21; 2\ 670,5), (27; 2\ 352,5), (33; 2\ 034,5)\}$ . Détermine si chaque ensemble représente une relation linéaire. Justifie ta réponse.
12. Le coût de location d'une salle de banquet,  $C$ , en dollars, est défini par l'équation  $C = 550 + 15n$ , où  $n$  représente le nombre de convives.
- a) Explique pourquoi l'équation représente une relation linéaire.  
 b) Indique le taux de variation. Que représente-t-il?

13. On tire une fusée de sécurité en l'air à partir d'une falaise située à 200 m au-dessus du niveau de la mer. La hauteur,  $d$ , de la fusée au-dessus de la mer en mètres,  $t$  secondes après le tir, est donnée par  $d = -49t^2 + 153,2t + 200$ . Décris deux stratégies que tu peux utiliser pour déterminer si cette relation est linéaire.

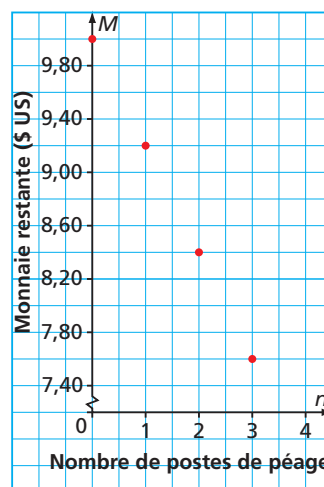
14. Voici le graphique du coût d'un appel interurbain de Jérôme à son correspondant au Nunavut. Le tarif est toujours le même.

Le coût d'un appel téléphonique de Jérôme



- a) Identifie la variable indépendante et la variable dépendante.  
 b) Détermine le taux de variation, puis décris ce qu'il représente.
15. Kashala part de chez elle, à Lethbridge, pour voyager à travers les États-Unis. En Illinois, elle roule sur une autoroute à péage. Le graphique ci-dessous représente le coût de son trajet sur l'autoroute à péage. Kashala paie le même montant à chaque poste de péage. Au départ, elle a 10 \$ US en pièces de monnaie. Détermine le taux de variation, puis décris ce qu'il représente.

Le trajet de Kashala sur l'autoroute à péage



**16.** Associe chaque description de relation linéaire à son équation et à son ensemble de paires ordonnées. Justifie tes choix.

- a) Le salaire d'une personne varie selon son taux horaire.
- b) Le coût d'un banquet est égal à un prix de base plus un montant par convive.
- c) Le volume d'essence dans le réservoir d'une voiture varie selon la distance parcourue depuis le dernier plein d'essence.

Équation 1:  $y = 500 + 40x$

Équation 2:  $y = 35 - 0,06x$

Équation 3:  $y = 20x$

Ensemble A:  $\{(100, 29), (200, 23), (300, 17), (400, 11)\}$

Ensemble B:  $\{(1, 20), (5, 100), (10, 200), (15, 300)\}$

Ensemble C:  $\{(0, 500), (40, 2\ 100), (80, 3\ 700), (100, 4\ 500)\}$

**17. a)** Quelles situations représentent des relations linéaires? Explique ton raisonnement.

- i) Une adepte du deltaplane amorce sa descente à une altitude de 2 000 m. Elle descend à une vitesse constante pour atteindre une altitude de 1 500 m en 10 minutes.
- ii) Une population de bactéries triple toutes les heures pendant 4 heures.
- iii) Un taxi demande un prix de base de 5 \$ plus 2 \$ par kilomètre parcouru.
- iv) L'impression d'un annuaire coûte 5 \$ la copie. Il y a un coût fixe de 500 \$ pour préparer la presse.
- v) La valeur d'un placement augmente de 12 % chaque année.

- b)** Pour chaque relation linéaire en a):
- identifie la variable dépendante et la variable indépendante;
  - détermine le taux de variation, puis décris ce qu'il représente.

### C

**18.** Détermine les formules du calcul de mesures qui représentent des relations linéaires. Explique ton raisonnement.

a) Le périmètre d'un triangle équilatéral de côté  $c$ :  $P = 3c$

b) L'aire totale d'un cube d'arête  $a$ :  $A_t = 6a^2$

c) Le volume d'une sphère de rayon  $r$ :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

d) La circonférence d'un cercle de diamètre  $d$ :

$$C = \pi d$$

e) L'aire d'un cercle de rayon  $r$ :  $A = \pi r^2$

**19.** Voici deux équations qui peuvent représenter la valeur  $V$ , en dollars, d'un camion de 24 000 \$ qui se déprécie en  $n$  années:

$$V = 24\ 000 - 2\ 000n \text{ et } V = 24\ 000(0,2^n)$$

- a) Quelle équation définit une relation linéaire? Justifie ta réponse.
- b) Indique le taux de variation de la relation linéaire. Que représente-t-il?

**20.** Tu peux estimer la distance en kilomètres qui te sépare d'un orage. Pour ce faire, compte les secondes qui s'écoulent entre le moment où tu vois un éclair et celui où tu entends le tonnerre, et divise ce nombre par 3. Cette méthode fonctionne parce que le son voyage à environ 0,3 km/s. Cette relation entre la distance et le temps est-elle linéaire? Justifie ta réponse.

**21.** C'est la récolte à la ferme des petits fruits. La relation entre le temps requis pour la récolte et le nombre de personnes à embaucher est-elle linéaire? Justifie ta réponse.

**22.** Quels énoncés sont vrais? Justifie tes réponses à l'aide d'exemples.

- a) Une relation définie par exactement deux paires ordonnées est toujours linéaire.
- b) Une équation de la forme  $Ax + By = C$ , où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des constantes non nulles, définit toujours une fonction linéaire.
- c) Une équation de la forme  $y = Cx^2$ , où  $C$  est une constante non nulle, définit toujours une fonction linéaire.
- d) Une équation de la forme  $x = C$ , où  $C$  est une constante, définit toujours une relation linéaire.
- e) Une relation linéaire est toujours une fonction linéaire.

## Réfléchis

Descris trois stratégies que tu peux utiliser pour déterminer si une relation est linéaire. Donne un exemple de chaque stratégie.

# 5.7 Interpréter des graphiques de fonctions linéaires



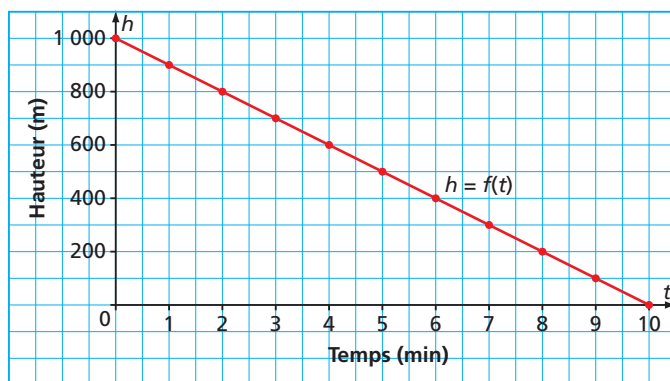
## OBJECTIF DE LA LEÇON

Décrire le graphique d'une fonction linéaire à l'aide des coordonnées à l'origine, du taux de variation, du domaine et de l'image.

## Établis des liens

Des hydravions transportent des écotouristes jusqu'à des lacs éloignés des régions sauvages du nord du Canada. Le graphique ci-dessous représente la hauteur d'un hydravion au-dessus d'un lac pendant sa descente.

La hauteur d'un hydravion



À quel endroit le graphique coupe-t-il l'axe vertical?  
Que représente ce point?

À quel endroit le graphique coupe-t-il l'axe horizontal?  
Que représente ce point?

Quel est le taux de variation de ce graphique? Que représente-t-il?



# Développe ta compréhension

## FAIS UN ESSAI

Travaille avec trois camarades.

Tu as besoin de papier quadrillé.

Une piste de traîneau à chiens s'étend du chalet Armstrong au chalet Irving. Les chalets sont à 100 km l'un de l'autre.

L'équipe de traîneau à chiens 1 a une vitesse moyenne de 20 km/h et son point de départ est le chalet Armstrong.

L'équipe de traîneau à chiens 2 a une vitesse moyenne de 25 km/h et son point de départ est le chalet Irving.

Deux membres du groupe choisissent l'équipe 1 et les deux autres choisissent l'équipe 2.

- A.** Reproduis ces tableaux et complète-les. Indique la distance qui sépare l'équipe du chalet Irving à différentes heures après le départ.

Équipe 1

Temps (h)	Distance du chalet Irving (km)
0	100
1	

Équipe 2

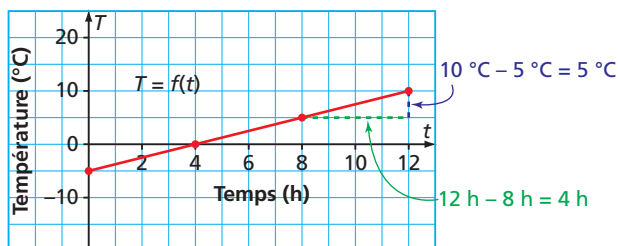
Temps (h)	Distance du chalet Irving (km)
0	0
1	

- B.** Trace un graphique de la distance du chalet Irving en fonction du temps.
- C.** Montre tes résultats aux autres membres du groupe.
- ? Quelles sont les ressemblances entre les deux graphiques? Quelles sont les différences?
  - ? Détermine l'endroit où chaque graphique coupe les axes vertical et horizontal. Que représentent ces points?
  - ? Détermine le taux de variation de chaque graphique. Que représente-t-il?
  - ? Quels sont le domaine et l'image de chaque graphique?

Tout graphique constitué d'une droite qui n'est pas verticale représente une fonction. Ces fonctions sont des **fonctions linéaires**.

Les graphiques ci-dessous représentent la température  $T$ , en degrés Celsius, en fonction du temps  $t$ , en heures, à deux endroits différents.

La température à l'endroit A



Le point où le graphique coupe l'axe horizontal a pour coordonnées  $(4, 0)$ . L'**abscisse à l'origine** est 4. Ce point d'intersection représente le moment où la température est de  $0\text{ °C}$ , c'est-à-dire au bout de 4 heures.

Le point où le graphique coupe l'axe vertical a pour coordonnées  $(0, -5)$ . L'**ordonnée à l'origine** est  $-5$ . Ce point d'intersection représente la température initiale, c'est-à-dire  $-5\text{ °C}$ .

Le *domaine* est  $0 \leq t \leq 12$ .

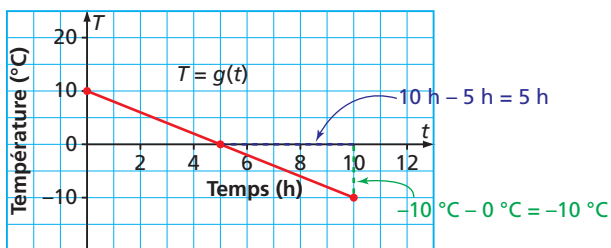
L'*image* est  $-5 \leq T \leq 10$ .

Le *taux de variation* correspond à 
$$\frac{\text{variation de } T}{\text{variation de } t} = \frac{5\text{ °C}}{4\text{ h}}$$
  

$$= 1,25\text{ °C/h}$$

Le taux de variation est positif parce que la température augmente avec le temps.

La température à l'endroit B



Le point où le graphique coupe l'axe horizontal a pour coordonnées  $(5, 0)$ . L'*abscisse à l'origine* est 5. Ce point d'intersection représente le moment où la température est de  $0\text{ °C}$ , c'est-à-dire au bout de 5 heures.

Le point où le graphique coupe l'axe vertical a pour coordonnées  $(0, 10)$ . L'*ordonnée à l'origine* est 10. Ce point d'intersection représente la température initiale, c'est-à-dire  $10\text{ °C}$ .

Le *domaine* est  $0 \leq t \leq 10$ .

L'*image* est  $-10 \leq T \leq 10$ .

Le *taux de variation* correspond à 
$$\frac{\text{variation de } T}{\text{variation de } t} = \frac{-10\text{ °C}}{5\text{ h}}$$
  

$$= -2\text{ °C/h}$$

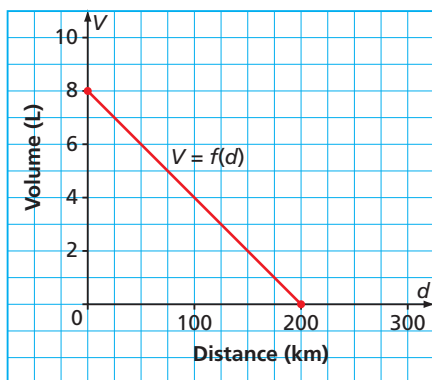
Le taux de variation est négatif parce que la température diminue avec le temps.

## Exemple 1

### Déterminer les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image du graphique d'une fonction linéaire

Voici un graphique de la consommation de carburant d'un scooter. Le réservoir est plein au début du trajet.

Le volume de carburant dans un scooter



- Écris les coordonnées des points où le graphique coupe les axes. Détermine les coordonnées à l'origine. Décris ce que ces points d'intersection représentent.
- Quels sont le domaine et l'image de cette fonction ?

### SOLUTION

- Sur l'axe vertical, le point d'intersection a pour coordonnées  $(0, 8)$ . L'ordonnée à l'origine est 8. Ce point d'intersection représente le volume de carburant dans le scooter quand la distance parcourue est égale à 0 km; autrement dit, il représente la capacité du réservoir, soit 8 L.

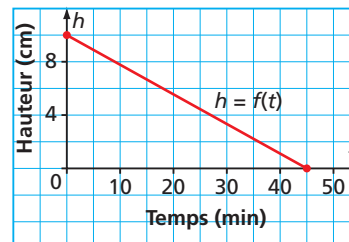
Sur l'axe horizontal, le point d'intersection a pour coordonnées  $(200, 0)$ . L'abscisse à l'origine est 200. Ce point d'intersection représente la distance parcourue lorsque le volume de carburant dans le scooter atteint 0 L; autrement dit, il représente la distance que le scooter peut parcourir avec un plein réservoir de carburant, soit 200 km.

- Le domaine est l'ensemble des valeurs possibles de la distance parcourue:  
 $0 \leq d \leq 200$   
L'image est l'ensemble des valeurs possibles du volume de carburant:  
 $0 \leq V \leq 8$

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

- Voici un graphique de la hauteur d'une bougie allumée en fonction du temps.

La hauteur d'une bougie allumée



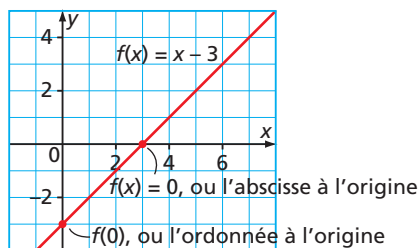
- Écris les coordonnées des points où le graphique coupe les axes. Détermine les coordonnées à l'origine. Décris ce que ces points d'intersection représentent.
- Quels sont le domaine et l'image de cette fonction ?

[Réponses : a)  $(0, 10)$ ,  $10$ ,  $(45, 0)$ ,  $45$ ;  
b) domaine:  $0 \leq t \leq 45$ , image:  
 $0 \leq h \leq 10$ ]

Existe-t-il des restrictions sur le domaine ou sur l'image ? Justifie ta réponse.

Quelle est la consommation de carburant en litres par 100 km ?

Tu peux utiliser les coordonnées à l'origine pour tracer le graphique d'une fonction linéaire exprimée en notation fonctionnelle.  
 Pour déterminer l'ordonnée à l'origine, calcule la valeur de  $f(x)$  lorsque  $x = 0$ , c'est-à-dire calcule  $f(0)$ .  
 Pour déterminer l'abscisse à l'origine, calcule la valeur de  $x$  pour laquelle  $f(x) = 0$ .



La coordonnée  $x$  du point où le graphique coupe l'axe des  $x$  est l'**abscisse à l'origine**.

La coordonnée  $y$  du point où le graphique coupe l'axe des  $y$  est l'**ordonnée à l'origine**.

## Exemple 2

### Esquisser le graphique d'une fonction linéaire exprimée en notation fonctionnelle

Esquisse le graphique de la fonction linéaire  $f(x) = -2x + 7$ .

#### SOLUTION

$$f(x) = -2x + 7$$

La fonction est linéaire, donc son graphique est une droite.

Détermine l'ordonnée à l'origine:      Détermine l'abscisse à l'origine:

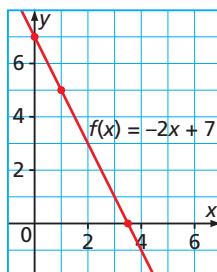
$$\begin{aligned} \text{Lorsque } x = 0, \\ f(0) &= -2(0) + 7 \\ f(0) &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lorsque } f(x) = 0, \\ 0 &= -2x + 7 \\ 0 - 7 &= -2x + 7 - 7 \\ -7 &= -2x \\ x &= \frac{-7}{-2} \\ x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Détermine les coordonnées d'un troisième point de la droite.

$$\begin{aligned} \text{Lorsque } x = 1, \\ f(1) &= -2(1) + 7 \\ f(1) &= 5 \end{aligned}$$

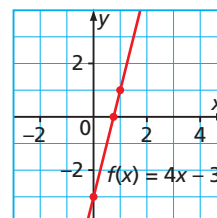
Situe les points  $(0, 7)$ ,  $(\frac{7}{2}, 0)$  et  $(1, 5)$ , puis trace une droite qui passe par ces points.



#### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. Esquisse le graphique de la fonction linéaire  $f(x) = 4x - 3$ .

Réponse:

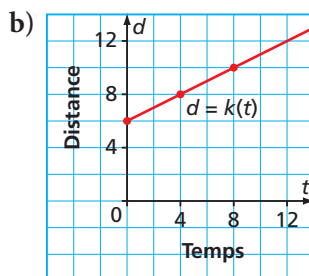
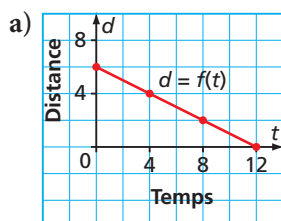


Quelle autre stratégie pourrais-tu utiliser pour esquisser le graphique de la fonction? Quelle stratégie est plus efficace?

### Exemple 3

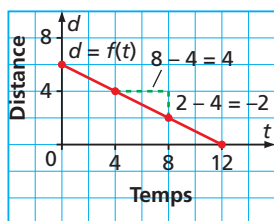
## Associer un graphique à un taux de variation et à une ordonnée à l'origine

Quel graphique correspond à un taux de variation de  $\frac{1}{2}$  et à une ordonnée à l'origine de 6? Justifie ta réponse.



### SOLUTION

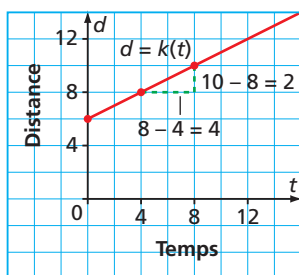
a) Le graphique de  $d = f(t)$  a une ordonnée à l'origine de 6.



Le taux de variation est de  $\frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ .

Donc, ce n'est pas le bon graphique.

b) Le graphique de  $d = k(t)$  a une ordonnée à l'origine de 6.

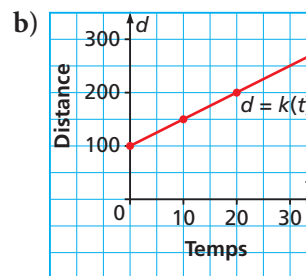
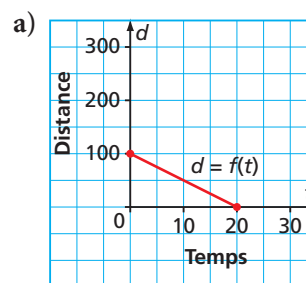


Le taux de variation est de  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

Donc, c'est le bon graphique.

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

3. Quel graphique correspond à un taux de variation de  $-5$  et à une ordonnée à l'origine de 100? Justifie ta réponse.

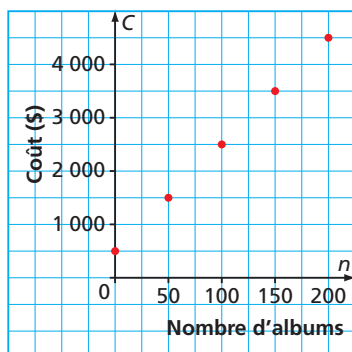


[Réponse : le graphique en a)]

## Exemple 4 Résoudre des problèmes qui comportent une fonction linéaire

Ce graphique représente le coût d'impression de l'album de fin d'études du Collège Louis-Riel à Winnipeg.

Le coût d'impression de l'album de fin d'études



Le budget d'impression est de 4 200 \$. Quel est le nombre maximal d'albums qu'il est possible d'imprimer ?

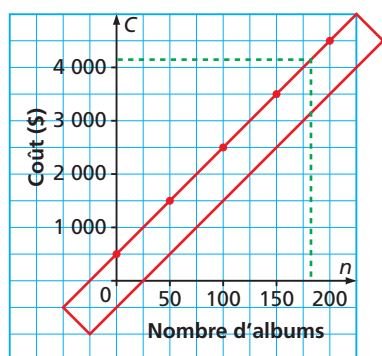
### SOLUTIONS

#### Méthode n° 1

À l'aide du graphique, estime le nombre d'albums qu'il est possible de faire imprimer avec 4 200 \$.

À partir de 4 200 sur l'axe des  $C$ , trace une droite horizontale jusqu'au graphique, puis une droite verticale du graphique jusqu'à l'axe des  $n$ .

Le coût d'impression de l'album de fin d'études



Utilise une règle.

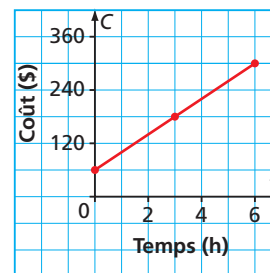
D'après le graphique, il est possible d'imprimer environ 180 albums.

(Suite de la solution à la page suivante)

### VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Ce graphique représente le coût total d'une visite à domicile effectuée par une électricienne, pour un travail durant jusqu'à 6 heures.

Le coût d'une visite à domicile par une électricienne



L'électricienne facture 190 \$ pour le travail complet. Durant combien d'heures a-t-elle travaillé ?

[Réponse :  $3\frac{1}{4}$  heures]

Pourquoi les points de ce graphique ne sont-ils pas reliés ?

Quels sont le domaine et l'image de cette fonction ?

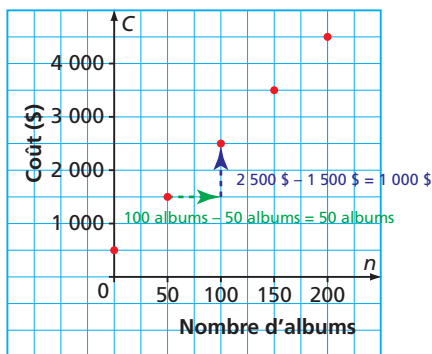


## Méthode n° 2

Le coût de préparation de la presse correspond au coût lorsqu'il y a 0 album imprimé. C'est l'ordonnée à l'origine du graphique, soit 500. Le coût de préparation de la presse est de 500 \$.

L'augmentation du coût pour chaque album imprimé correspond au taux de variation de la fonction. Détermine la variation de chaque variable.

**Le coût d'impression de l'album de fin d'études**



D'après le graphique, le coût augmente de 1 000 \$ chaque fois que le nombre d'albums imprimés augmente de 50.

Le taux de variation est de  $\frac{1\,000\ \$}{50\ \text{albums}} = 20\ \$/\text{album}$ .

Chaque album supplémentaire augmente le coût de 20 \$.

L'équation qui définit cette situation est  $C = 20n + 500$ .

À partir de cette équation, tu peux déterminer le nombre maximal d'albums qu'il est possible d'imprimer :

$$C = 20n + 500 \quad \text{Remplace } C \text{ par } 4\,200.$$

$$4\,200 = 20n + 500 \quad \text{Résous l'équation.}$$

$$4\,200 - 500 = 20n + 500 - 500$$

$$3\,700 = 20n$$

$$\frac{3\,700}{20} = \frac{20n}{20}$$

$$185 = n$$

Le nombre maximal d'albums de fin d'études qu'il est possible d'imprimer est de 185.



Quel avantage y a-t-il à utiliser chaque méthode ?

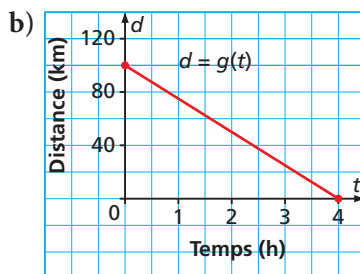
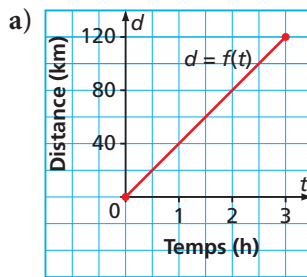
## Place à la discussion

1. Quelle information les coordonnées à l'origine fournissent-elles au sujet d'une fonction linéaire? Donne un exemple.
2. Comment peux-tu déterminer si le taux de variation d'une fonction linéaire est positif ou négatif, à partir de son graphique?
3. Quand une situation est représentée par une fonction linéaire, pourquoi peux-tu utiliser n'importe quelle paire de points pour déterminer le taux de variation?

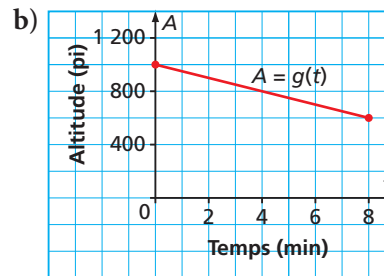
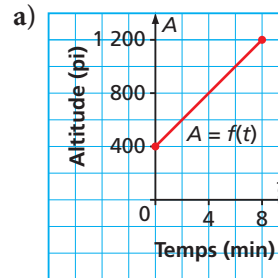
## Exercices

### A

4. Chaque graphique ci-dessous représente la distance  $d$ , en kilomètres, en fonction du temps  $t$ , en heures. Pour chaque graphique:
- i) détermine les coordonnées à l'origine et écris les coordonnées des points où le graphique coupe les axes;
  - ii) détermine le taux de variation;
  - iii) détermine le domaine et l'image.

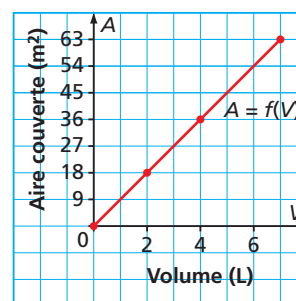


5. Chaque graphique représente l'altitude  $A$  d'un avion, en pieds, en fonction du temps  $t$ , en minutes. Pour chaque graphique:
- i) détermine l'ordonnée à l'origine et écris les coordonnées du point où le graphique coupe l'axe;
  - ii) détermine le taux de variation;
  - iii) détermine le domaine et l'image.



### B

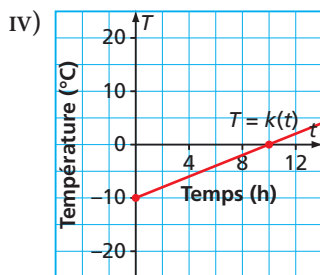
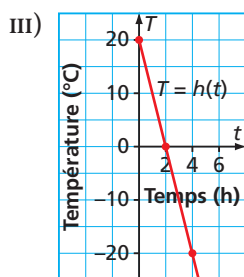
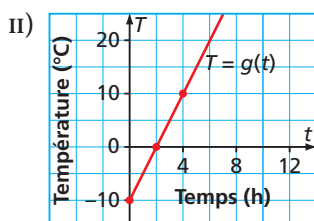
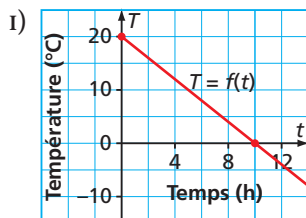
6. Esquisse le graphique de chaque fonction linéaire.
- a)  $f(x) = 4x + 3$
  - b)  $g(x) = -3x + 5$
  - c)  $h(x) = 9x - 2$
  - d)  $k(x) = -5x - 2$
7. Ce graphique représente l'aire  $A$ , en mètres carrés, qu'une peinture peut couvrir en fonction de son volume  $V$ , en litres.



- a) Quel est le taux de variation? Que représente-t-il?
- b) Quelle aire 6 L de peinture couvrent-ils?
- c) Quel volume de peinture faut-il pour couvrir 45 m<sup>2</sup>?

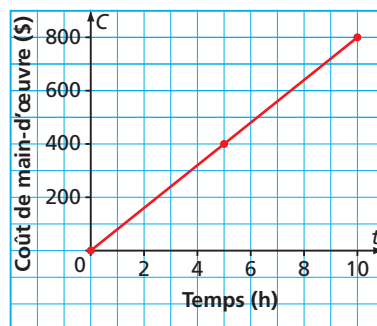
8. Le graphique ci-dessous représente la température de différentes régions  $T$ , en degrés Celcius, en fonction du temps  $t$ , en heures.

- Quel graphique a un taux de variation de  $5\text{ }^\circ\text{C/h}$  et une ordonnée à l'origine de  $-10\text{ }^\circ\text{C}$ ?
- Quel graphique a un taux de variation de  $-10\text{ }^\circ\text{C/h}$  et une ordonnée à l'origine de  $20\text{ }^\circ\text{C}$ ?



9. Le village de Saint-Adolphe, au Manitoba, est situé dans la plaine inondable de la rivière Rouge. Afin de prévenir les inondations, on utilise des pelles mécaniques pour construire des digues autour des maisons et des fermes de l'endroit. Le graphique représente les coûts de main-d'œuvre pour l'utilisation d'une pelle mécanique.

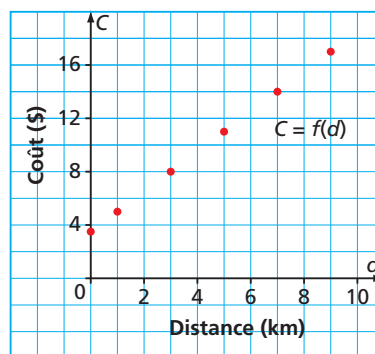
Le coût de main-d'œuvre



- Détermine les coordonnées à l'origine. Écris les coordonnées du point où le graphique coupe les axes. Décris ce que ce point représente.
- Détermine le taux de variation. Que représente-t-il?
- Détermine le domaine et l'image.
- Quel est le coût de main-d'œuvre si on utilise la pelle durant 7 heures?
- Durant combien d'heures peut-on utiliser une pelle mécanique pour 360 \$?



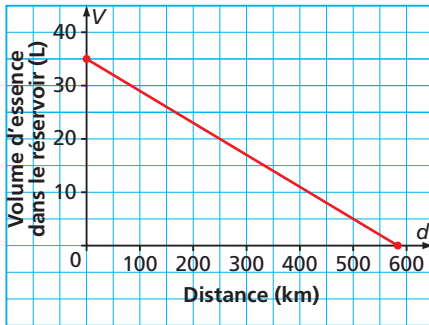
10. Voici le graphique du coût d'un trajet dans un taxi de l'entreprise Taxi Daigle. Le coût,  $C$ , en dollars, varie en fonction de la distance parcourue,  $d$ , en kilomètres.



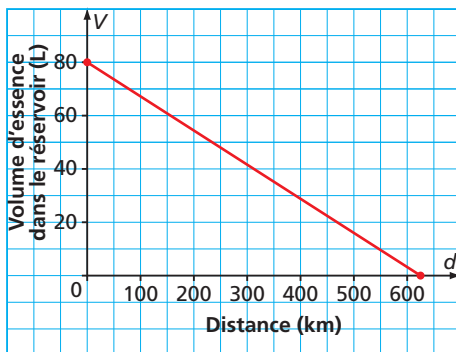
- Détermine le taux de variation. Que représente-t-il?
- Quel est le coût d'un trajet de 7 km?
- Quelle est la distance parcourue si le coût est de 9,50 \$?

11. Une petite voiture et un véhicule utilitaire sport (VUS) ont un réservoir d'essence plein. Ils circulent en ville jusqu'à ce que leur réservoir soit presque vide. Ces graphiques représentent la consommation d'essence de chaque véhicule.

La consommation d'essence de la petite voiture



La consommation d'essence du VUS

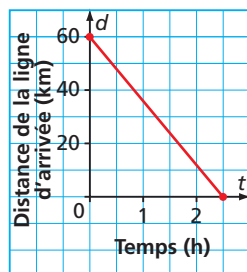


À l'aide des graphiques, explique pourquoi la voiture est plus économique que le VUS.



12. Ce graphique représente la distance,  $d$ , en kilomètres, qui sépare un traîneau à chiens de la ligne d'arrivée lors d'une course au Manitoba. La distance varie en fonction du temps,  $t$ , en heures.

La course du traîneau à chiens

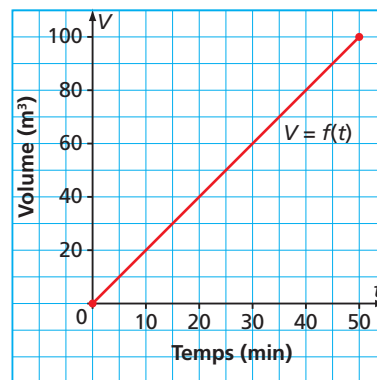


- a) En combien de temps le traîneau a-t-il terminé la course?  
 b) Quelle était sa vitesse moyenne?  
 c) Quelle était la longueur du trajet, en km?  
 d) Combien de temps le traîneau a-t-il mis à parcourir les deux tiers du trajet?

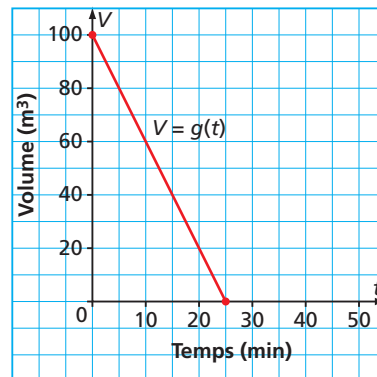


13. Deux réservoirs ont une capacité de  $100 \text{ m}^3$ . Le graphique A représente le volume d'essence dans un réservoir pendant qu'il se remplit. Le graphique B représente le volume d'essence dans l'autre réservoir pendant qu'il se vide.

Graphique A

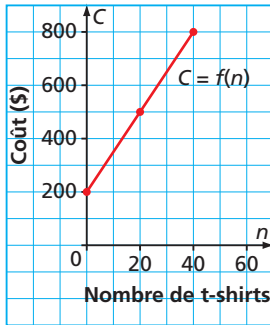


Graphique B

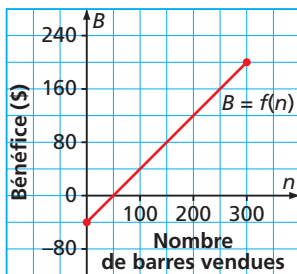


- a) Faut-il plus de temps pour remplir le réservoir vide ou vider le réservoir plein? Comment le sais-tu?  
 b) Pendant qu'un réservoir se vide de moitié, environ combien d'essence s'accumule dans le réservoir qui se remplit?

14. L'école Ballenas commande des t-shirts avec son logo, un épaulard. Voici le graphique du coût des t-shirts en dollars,  $C$ , en fonction du nombre de t-shirts commandés,  $n$ .

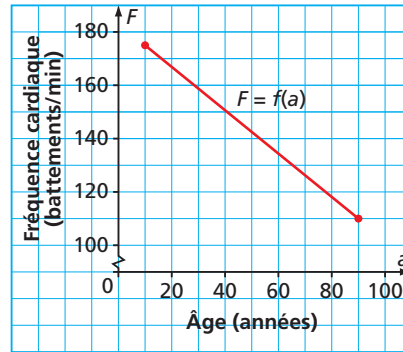


- a) Le nombre de t-shirts ne peut pas être une fraction ou un nombre décimal. Pourquoi les points du graphique sont-ils reliés?
- b) i) Environ combien de t-shirts l'école peut-elle commander pour 700 \$?  
ii) Imagine que l'école commande un t-shirt de plus. De combien le coût augmente-t-il?
15. Esquisse le graphique de chaque fonction linéaire, pour les valeurs positives de la variable indépendante.
- a)  $f(x) = 5 - 2,5x$       b)  $g(t) = 85t$   
c)  $h(n) = 750 + 55n$       d)  $V(d) = 55 - 0,08d$
16. Un club de plein air a effectué une collecte de fonds pour financer l'achat de raquettes. Il avait 300 barres énergétiques à vendre. Ce graphique représente le bénéfice réalisé.



- a) Quel est le bénéfice réalisé sur chaque barre vendue? Comment le sais-tu?
- b) Détermine les coordonnées à l'origine. Que représente chaque valeur?
- c) Indique le domaine et l'image de la fonction. Pourquoi préférerais-tu ne pas dresser la liste de tous les éléments de l'image?

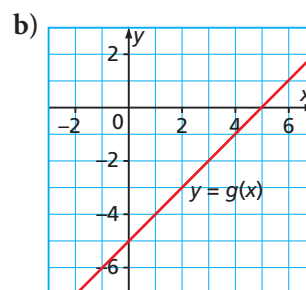
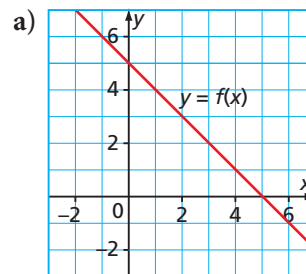
17. Ce graphique représente la fréquence cardiaque maximale recommandée,  $F$ , en battements par minute, en fonction de son âge  $a$ , en années, d'une personne subissant une épreuve d'effort.



- a) Pourquoi ce graphique ne comporte-t-il pas de coordonnées à l'origine?
- b) Quel est le taux de variation? Que représente-t-il?
- c) À quel âge la fréquence cardiaque maximale recommandée est-elle de 120 battements/min?
- d) Quelle est la fréquence cardiaque maximale approximative recommandée pour une personne de 70 ans?

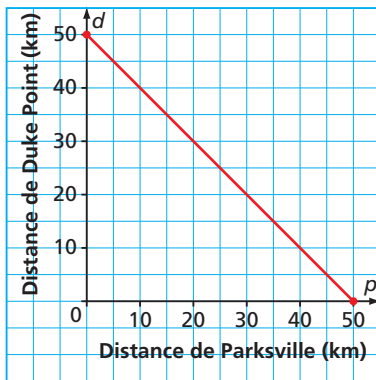
### C

18. Les deux graphiques suivants mettent en relation deux nombres réels,  $x$  et  $y$ .  
Pour chaque graphique:
- indique les coordonnées à l'origine;
  - décrit la relation entre  $x$  et  $y$  à partir des coordonnées trouvées en i).



19. a) Esquisse le graphique d'une fonction linéaire  $d = f(t)$  telle que  $f(1,5) = 127,5$  et  $f(3,5) = 297,5$ .
- b) Détermine  $f(5)$ .
- c) Détermine la valeur de  $t$  telle que  $f(t) = 212,5$ .
- d) Propose une situation que cette fonction linéaire peut représenter.
20. La distance entre Parksville et la gare maritime de Duke Point est de 50 km. Une personne se rend en voiture de Parksville à la gare maritime.

La distance par rapport à Parksville et à Duke Point



- a) Que représentent les coordonnées à l'origine? Pourquoi sont-elles égales?
- b) Quel est le taux de variation? Pourquoi ne comporte-t-il pas d'unités? Qu'est-ce que cela t'indique?
- c) Qu'est-ce qui serait différent dans le graphique si tu intervertissais la variable dépendante et la variable indépendante?
- d) Suppose que la distance entre les villes A et B est de  $k$  kilomètres. Décris le graphique de la distance de A en fonction de la distance de B. Indique les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, ainsi que le taux de variation de la fonction.



## Réfléchis

Explique pourquoi il est utile de connaître les coordonnées à l'origine et le taux de variation du graphique d'une fonction linéaire pour résoudre des problèmes. Cite des exemples.



## L'UNIVERS DES MATHS

### Un peu d'histoire : Théano

Théano a été l'une des premières femmes mathématiciennes connues. Elle était l'épouse de Pythagore, qui est peut-être le mathématicien le plus célèbre de tous les temps. Elle a vécu au 6<sup>e</sup> siècle avant notre ère dans le sud de l'Italie actuelle. Elle a rédigé de nombreux textes sur les mathématiques, de même que sur la physique, la médecine, l'astronomie et la psychologie de l'enfant. Ses travaux les plus connus concernent le nombre d'or et le rectangle d'or.





## RÉSUMÉ DES CONCEPTS

### Concepts clés

- Une relation associe les éléments d'un ensemble aux éléments d'un autre ensemble.
- Une fonction est une relation particulière qui associe chaque élément d'un premier ensemble à un et un seul élément d'un second ensemble.
- Une fonction linéaire a un taux de variation constant et son graphique est une droite non verticale.

### Applications

Ce que cela signifie en pratique :

- Une relation peut être représentée par une règle d'association, une table de valeurs, un ensemble de paires ordonnées, un diagramme sagittal ou un graphique. L'ensemble des premiers éléments forme le domaine. L'ensemble des deuxièmes éléments correspondants forme l'image.
- Dans une fonction, chaque élément du domaine est associé à un et un seul élément de l'image.
- Dans une fonction linéaire, une variation constante de la variable indépendante entraîne une variation constante de la variable dépendante, et toute droite verticale tracée dans le graphique le coupe en un seul point tout au plus.

### Retour sur le chapitre

- Qu'est-ce qu'une relation? Qu'est-ce qu'une fonction? Crée un organisateur graphique qui montre leurs caractéristiques communes et leurs caractéristiques distinctes.
- Comment les caractéristiques des fonctions linéaires peuvent-elles t'aider à résoudre des problèmes concrets? Cite des exemples.

# RÉSUMÉ DES HABILITÉS

## Habilités

## Description

## Exemple

Déterminer le domaine et l'image d'une fonction.

[5.2, 5.4, 5.5, 5.7]

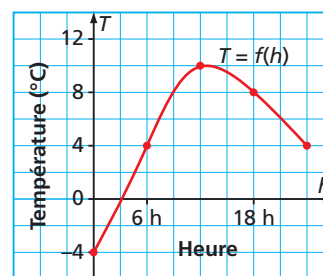
Le domaine est l'ensemble des premiers éléments des paires ordonnées. L'image est l'ensemble des deuxièmes éléments.

Dans un graphique, le domaine est l'ensemble des valeurs de la variable indépendante. L'image est l'ensemble des valeurs de la variable dépendante.

$\{(-1, 3), (0, 5), (1, 7), (2, 9), (3, 11)\}$

Pour cet ensemble de paires ordonnées, le domaine est  $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$  et l'image est  $\{3, 5, 7, 9, 11\}$ .

Dans le graphique ci-dessous, le domaine est l'ensemble de toutes les heures possibles dans une journée et l'image est  $-4 \leq T \leq 10$ .



Déterminer le taux de variation du graphique d'une fonction linéaire.

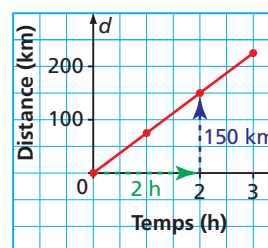
[5.6, 5.7]

Le taux de variation est donné par :  

$$\frac{\text{variation de la variable dépendante}}{\text{variation de la variable indépendante}}$$

Le taux de variation est positif quand le graphique monte vers la droite. Le taux de variation est négatif quand le graphique descend vers la droite.

La distance en fonction du temps



Le taux de variation est de  

$$\frac{150 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 75 \text{ km/h.}$$

Déterminer les coordonnées à l'origine du graphique d'une fonction linéaire.

[5.7]

L'abscisse à l'origine est la valeur de  $x$  lorsque  $y$  ou  $f(x)$  égale 0.

L'ordonnée à l'origine est la valeur de  $y$  lorsque  $x$  égale 0.

Pour la fonction linéaire  
 $f(x) = -2x + 5$

Lorsque  $f(x) = 0$ ,

$$0 = -2x + 5$$

$$2x = 5$$

$$x = 2,5$$

L'abscisse à l'origine est 2,5.

Lorsque  $x = 0$ ,

$$f(0) = -2(0) + 5$$

$$f(0) = 5$$

L'ordonnée à l'origine est 5.

# RÉVISION

## 5.1

1. Voici quelques artistes de la côte du Nord-Ouest ainsi que leur patrimoine culturel.

Artiste	Patrimoine
Bob Dempsey	Tlingit
Dorothy Grant	Haida
Bill Helin	Tsimshian
John Joseph	Squamish
Judith P. Morgan	Gitxsan
Bill Reid	Haida
Susan Point	Salish

- a) Décris cette relation à l'aide de mots.  
 b) Représente cette relation :  
 i) par un ensemble de paires ordonnées,  
 ii) par un diagramme sagittal.
2. Voici une liste d'éléments chimiques avec leur numéro atomique : hydrogène (1), oxygène (8), fer (26), chlore (17), carbone (6), argent (47). À l'aide de ces données, représente une relation selon chaque règle de différentes façons.
- a) « ...a le numéro atomique... »  
 b) « ...est le numéro atomique de... »

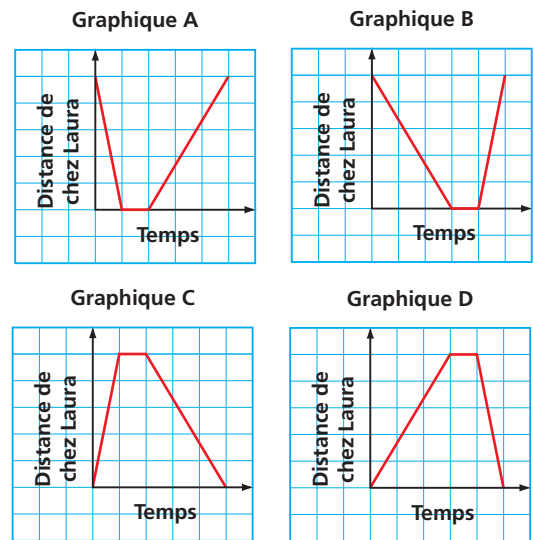
## 5.2

3. Quelles paires ordonnées représentent une fonction? Quelles stratégies as-tu utilisées?
- a)  $\{(4, 3), (4, 2), (4, 1), (4, 0)\}$   
 b)  $\{(2, 4), (-2, 4), (3, 9), (-3, 9)\}$   
 c)  $\{(2, 8), (3, 12), (4, 16), (5, 20)\}$   
 d)  $\{(5, 5), (5, -5), (-5, 5), (-5, -5)\}$
4. Écris chaque équation en notation fonctionnelle.
- a)  $y = -4x + 9$       b)  $C = 12n + 75$   
 c)  $D = -20t + 150$     d)  $B = 4V$
5. La fonction  $B(n) = 5n - 300$  décrit le bénéfice,  $B$ , en dollars, d'une danse à laquelle  $n$  élèves ont participé.
- a) Définis cette fonction par une équation à 2 variables.

- b) Identifie la variable indépendante et la variable dépendante. Justifie tes réponses.  
 c) Détermine la valeur de  $B(150)$ . Que représente ce nombre?  
 d) Détermine la valeur de  $n$  pour laquelle  $B(n) = 700$ . Que représente ce nombre?

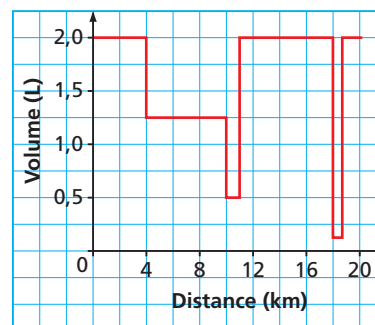
## 5.3

6. a) Laura revient de l'école à bicyclette, puis y retourne à pied. Quel graphique représente le mieux cette situation? Pourquoi?



- b) Choisis un des graphiques en a) qui ne représentent pas le trajet de Laura. Décris une situation que ce graphique peut représenter.
7. Ce graphique représente le volume d'eau dans la bouteille de Liam pendant une randonnée.

L'eau dans la bouteille de Liam



- a) Décris ce qui arrive à chaque segment du graphique.  
 b) Combien de fois Liam a-t-il rempli sa bouteille?

- c) Combien d'eau y avait-il dans la bouteille de Liam au départ?
- d) Identifie la variable dépendante et la variable indépendante.

### 5.4

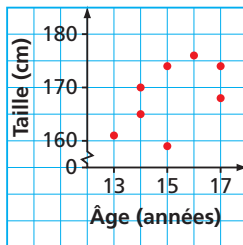
8. Ces données montrent la relation entre la température de l'eau qui se refroidit et le temps.
- a) Représente ces données graphiquement. As-tu relié les points ou non? Pourquoi?
  - b) Le graphique représente-t-il une fonction? Comment le sais-tu?

Temps (min)	Température (°C)
0	89
5	78
10	69
15	62
20	57
25	53
30	50

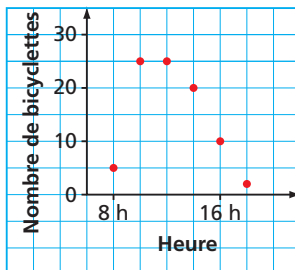
### 5.5

9. Quel graphique représente une fonction? Justifie ta réponse. Indique le domaine et l'image de chaque graphique. Fais des estimations au besoin.

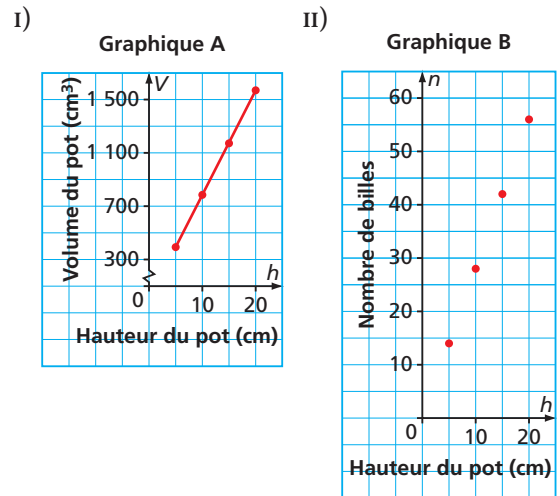
- a) La taille et l'âge de 8 élèves



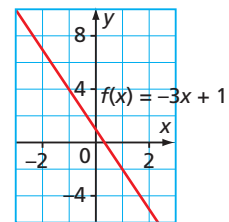
- b) Le nombre de bicyclettes à l'école



10. Examine les graphiques ci-dessous.
- a) Que représente chaque graphique?
  - b) Identifie la variable dépendante et la variable indépendante.
  - c) Indique le domaine et l'image. Fais des estimations au besoin. Y a-t-il des restrictions sur le domaine ou l'image? Pourquoi?
  - d) Pourquoi les points sont-ils reliés dans un graphique, mais pas dans l'autre?



11. Voici le graphique de la fonction  $f(x) = -3x + 1$ .



- a) Détermine la valeur de l'image associée à la valeur 1 du domaine.
  - b) Détermine la valeur du domaine associée à la valeur 4 de l'image.
12. Esquisse le graphique d'une fonction qui a le domaine et l'image indiqués.
- a) domaine:  $-1 \leq x \leq 5$ ; image:  $0 \leq y \leq 3$
  - b) domaine:  $x \leq 1$ ; image:  $-2 \leq y \leq 2$

### 5.6

13. Quels ensembles de paires ordonnées représentent une relation linéaire? Justifie tes réponses.
- a)  $\{(1, 5), (5, 5), (9, 5), (13, 5)\}$
  - b)  $\{(1, 2), (1, 4), (1, 6), (1, 8)\}$
  - c)  $\{(-2, -3), (-1, -2), (2, 1), (4, -3)\}$

14. a) Pour chaque équation, construis une table de valeurs si nécessaire, puis représente la relation graphiquement.

- i)  $x = 3$
- ii)  $y = 2x^2 + 3$
- iii)  $y = 2x + 3$
- iv)  $y = 3$
- v)  $y = 3x$
- vi)  $x + y = 3$

b) Quelles équations en a) représentent une relation linéaire? Comment le sais-tu?

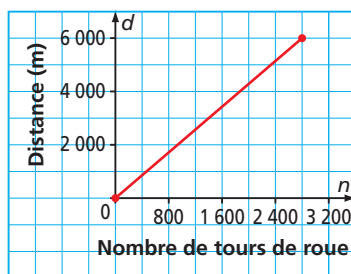
15. Isabelle a le diabète. Elle prend de l'insuline pour stabiliser son taux de sucre. Le nombre d'unités d'insuline qu'elle prend,  $N$ , correspond à  $N = \frac{1}{15}g$ , où  $g$  représente le nombre de grammes de glucides consommés.

- a) Explique pourquoi l'équation définit une fonction linéaire.
- b) Indique le taux de variation. Que représente-t-il?

### 5.7

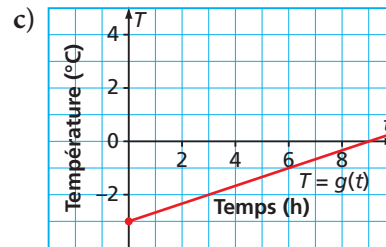
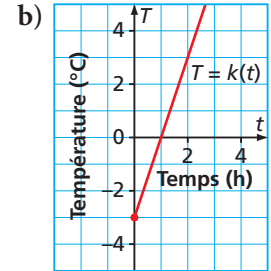
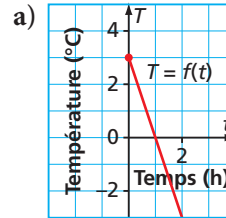
16. Jadan vit au Yukon. Elle est allée à bicyclette de Whitehorse jusqu'au belvédère de Grey Mountain Road. Ce graphique représente la distance,  $d$ , en mètres, que Jadan a parcourue en fonction du nombre de tours de roue,  $n$ .

Le parcours à bicyclette de Jadan



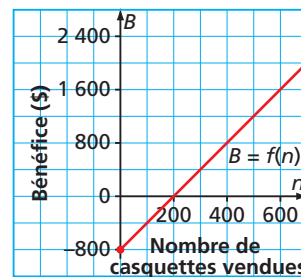
- a) À quelle distance du belvédère Jadan se trouvait-elle au début de son parcours?
- b) Indique le domaine et l'image.
- c) Détermine le taux de variation. Que représente-t-il?
- d) Détermine le diamètre d'une roue de bicyclette à l'aide de ta réponse en c).

17. Ces graphiques représentent la température,  $T$ , en degrés Celsius, en fonction du temps,  $t$ , en heures. Associe chaque graphique à son ordonnée à l'origine et à son taux de variation.



- i)  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}; \frac{1}{3}\text{ }^{\circ}\text{C/h}$
- ii)  $3\text{ }^{\circ}\text{C}; -3\text{ }^{\circ}\text{C/h}$
- iii)  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}; 3\text{ }^{\circ}\text{C/h}$

18. Ce graphique représente le bénéfice en dollars,  $B$ , qu'une entreprise réalise lorsqu'elle vend  $n$  casquettes.



- a) Combien de casquettes l'entreprise doit-elle vendre avant de faire un bénéfice?
- b) Quel est le bénéfice réalisé sur la vente de chaque casquette?
- c) Combien de casquettes l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un bénéfice:
  - i) de 600 \$?
  - ii) de 1 200 \$?
- d) En c), quand le bénéfice double, pourquoi le nombre de casquettes vendues ne double-t-il pas aussi?

# TEST PRÉPARATOIRE

Pour les questions 1 et 2, choisis la meilleure réponse: A, B, C ou D.

- Soit la fonction  $f(x) = 3 - 6x$ . Quelle est la valeur de  $f(-3)$ ?  
 A. 1                      B. 21                      C. -15                      D. 0
- Quelle équation *ne* définit *pas* une fonction linéaire?  
 A.  $f(x) = 5$               B.  $f(x) = 5x$               C.  $f(x) = 5x^2$               D.  $f(x) = -5$

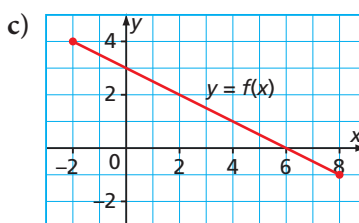
3. Réponds aux questions suivantes pour chaque relation.

- Indique s'il s'agit d'une fonction et explique comment tu le sais.
- Si la relation est une fonction:
  - indique son domaine et son image;
  - représente-la d'une autre façon;
  - indique s'il s'agit d'une fonction linéaire et explique comment tu le sais.
- Si la relation est une fonction linéaire:
  - identifie la variable dépendante et la variable indépendante;
  - détermine le taux de variation.

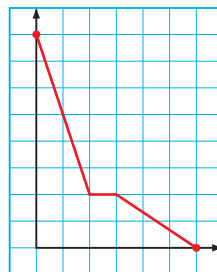
a)  $\{(2, 5), (-3, 6), (1, 5), (-1, 4), (0, 2)\}$

b)

$n$	$s$
2	4
-1	1
1	1
-3	9



4. Décris une situation que ce graphique peut représenter. Nomme les axes et donne un titre au graphique. Justifie ta description.



5. La table de valeurs ci-contre présente le temps de cuisson d'une dinde en fonction de sa masse.

- Pourquoi cette relation est-elle une fonction?
- Identifie la variable dépendante et la variable indépendante. Justifie ta réponse.
- Représente les données graphiquement. As-tu relié les points? Pourquoi?
- Détermine le domaine et l'image. Peux-tu prolonger le graphique? Détermine s'il y a des restrictions sur le domaine ou sur l'image. Justifie ta réponse.
- Détermine le taux de variation de cette fonction. Que représente-t-il?
- Durant combien de temps faut-il faire cuire une dinde de 7 kg?

Masse (kg)	Temps (h)
4	2,5
6	3,0
8	3,5
10	4,0