6 Les fonctions linéaires

HABILETÉS ACQUISES

- tracer le graphique d'une fonction linéaire
- reconnaître les caractéristiques d'une fonction linéaire
- résoudre une équation linéaire

CONCEPTS CLÉS

- Le graphique d'une fonction linéaire est une droite non verticale de pente constante.
- Certaines formes de l'équation d'une fonction linéaire indiquent la pente et l'ordonnée à l'origine du graphique ou la pente et les coordonnées d'un point du graphique.

TERMINOLOGIE

la pente
le déplacement vertical
le déplacement horizontal
l'opposé de l'inverse
la forme explicite
la forme pente-point
la forme générale

L'EXTRACTION DE LA POTASSE La Saskatchewan fournit actuellement près du quart de la production mondiale de potasse, une substance qui entre dans la composition des engrais. Les données sur les ventes servent à prédire les besoins futurs en potasse.

6.1 La pente d'une droite

OBJECTIF DE LA LEÇON

Déterminer la pente d'un segment de droite et d'une droite.

Établis des liens

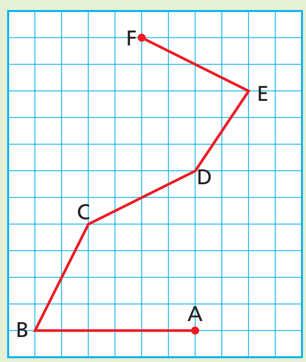
La ville de Falher, en Alberta, est connue comme la « capitale du miel du Canada ». On y trouve la glissoire de 3 étages que tu peux voir sur la photo. Comment décrirais-tu la pente de cette glissoire ?

Développe ta compréhension

FAIS UN ESSAI

Travaille avec une ou un camarade.

Ce graphique représente les sections d'un remonte-pente par des segments de droite dans un quadrillage.



A. Pense à une stratégie pour représenter l'inclinaison de chaque segment de droite par un nombre.

B. Quel segment est le plus incliné ? Comment le nombre que tu as trouvé le montre-t-il ?

C. Quel segment est le moins incliné ? Compare le nombre qui le représente aux deux autres nombres. Que remarques-tu ?

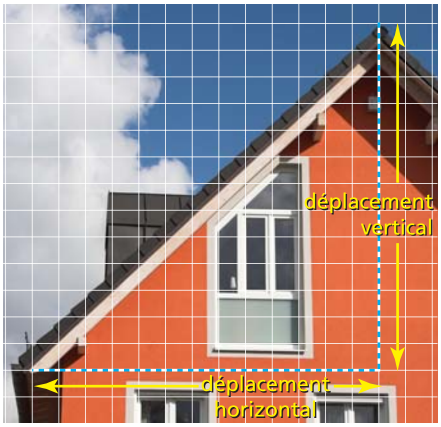
D. Dans un quadrillage, trace un segment de droite plus incliné que le segment CD, mais moins incliné que le segment BC. À l'aide de ta stratégie, détermine un nombre qui représente son inclinaison.

E. En quoi les segments CD et EF sont-ils semblables ? En quoi sont-ils différents ? Comment les nombres qui représentent leur inclinaison se comparent-ils ?

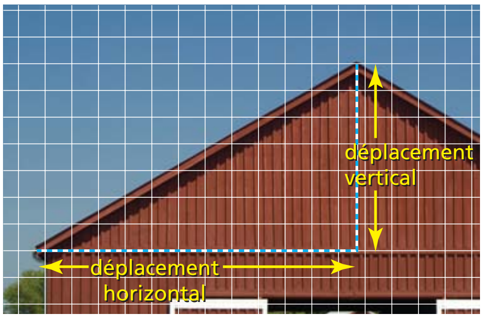
F. Quel nombre peut représenter l'inclinaison d'une droite horizontale ?

Certains toits sont plus inclinés que d'autres. Les toits très inclinés coûtent plus cher à recouvrir de bardeaux.

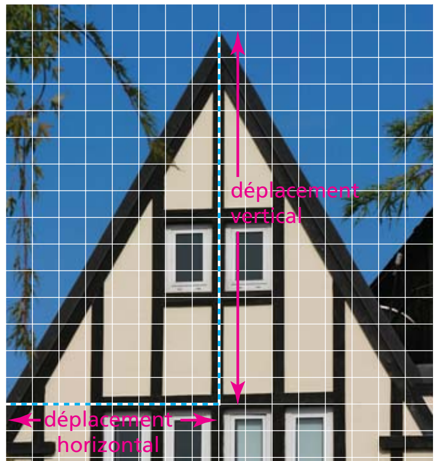
Toit A



Toit B



Toit C



Pour déterminer l'inclinaison d'un toit, on calcule sa **pente.**

$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

Le **déplacement vertical** est la distance verticale du bord inférieur du toit à son sommet.

Le **déplacement horizontal** est la distance horizontale correspondante.

Pour chaque toit, compte les unités afin de déterminer le déplacement vertical et le déplacement horizontal.

Pente du toit A

$$= \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$= \frac{13}{13}$$

$$= 1$$

Pente du toit B

$$= \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$= \frac{7}{12}$$

$$= 0{,}58\overline{3}$$

Pente du toit C

$$= \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$= \frac{14}{8}$$

$$= 1{,}75$$

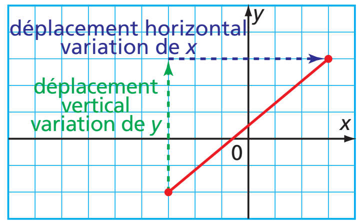
Le toit C est le plus incliné, car sa pente est la plus grande.

Le toit B est le moins incliné, car sa pente est la plus petite.

La pente d'un segment de droite dans un plan cartésien correspond à son taux de variation. Dans le chapitre 5, tu as vu que :

$$\text{Taux de variation} = \frac{\text{variation de la variable dépendante}}{\text{variation de la variable indépendante}}$$

$$\text{Taux de variation} = \frac{\text{variation de } y}{\text{variation de } x}$$



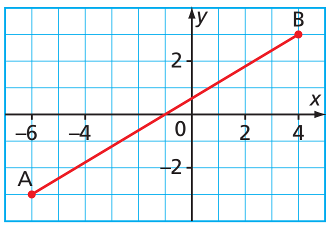
La variation de y correspond au déplacement vertical, et la variation de x, au déplacement horizontal.

$$\text{Ainsi, la pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

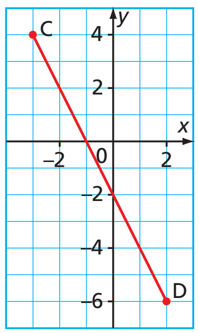
Exemple 1 Déterminer la pente d'un segment de droite

Détermine la pente de chaque segment de droite.

a)



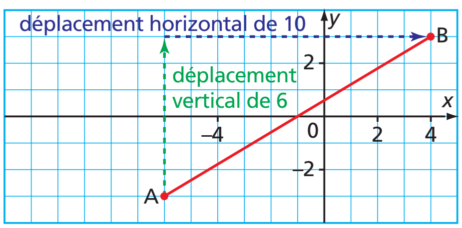
b)



SOLUTION

Compte les unités pour déterminer le déplacement vertical et le déplacement horizontal.

a) De A à B, la valeur de x et celle de y augmentent, alors le déplacement vertical est de 6 et le déplacement horizontal est de 10.



$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$\text{Pente} = \frac{6}{10}$$ Réécris la fraction sous sa forme la plus simple.

$$\text{Pente} = \frac{3}{5}$$

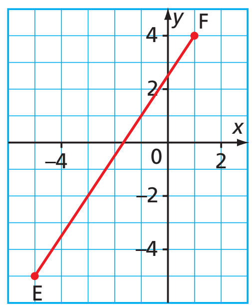
Le segment de droite AB a une pente de $\frac{3}{5}$.

(Suite de la solution à la page suivante)

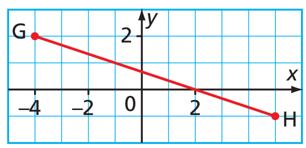
VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. Détermine la pente de chaque segment de droite.

a)

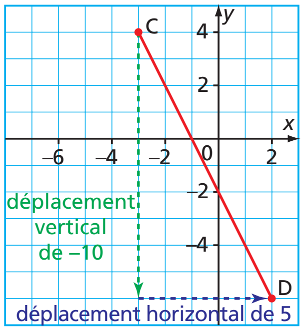


b)



[Réponses : a) $\frac{3}{2}$; b) $-\frac{1}{3}$]

b) De C à D, la valeur de y diminue, alors le déplacement vertical est de -10 ; la valeur de x augmente, alors le déplacement horizontal est de 5.



Pourquoi obtiens-tu la même pente pour le segment de droite qui relie D à C et le segment de droite qui relie C à D ?

$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$\text{Pente} = \frac{-10}{5}$$

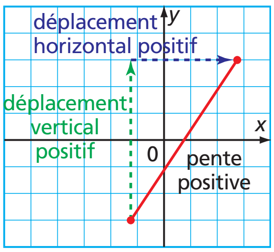
Réécris la fraction sous sa forme la plus simple.

$$\text{Pente} = -2$$

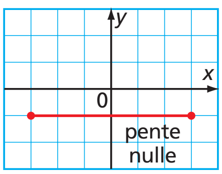
Le segment de droite CD a une pente de -2.

Imagine que la pente est un nombre entier. Comment peux-tu déterminer le déplacement vertical et le déplacement horizontal ?

Quand un segment de droite monte vers la droite, x et y augmentent. Ainsi, les déplacements vertical et horizontal sont positifs, donc la pente du segment est positive.



Pour un segment de droite horizontal, la variation de y est nulle et x augmente. Le déplacement vertical est de 0 et le déplacement horizontal est positif.



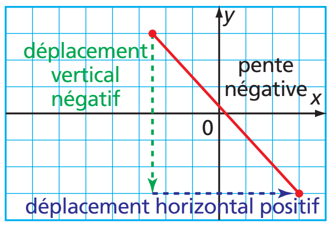
$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$\text{Pente} = \frac{0}{\text{déplacement horizontal}}$$

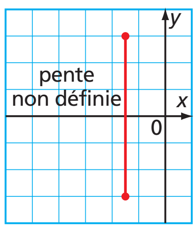
$$\text{Pente} = 0$$

Ainsi, tous les segments de droite horizontaux ont une pente égale à 0 (pente nulle).

Quand un segment de droite descend vers la droite, y diminue et x augmente. Ainsi, le déplacement vertical est négatif et le déplacement horizontal est positif, donc la pente du segment est négative.



Pour un segment de droite vertical, y augmente et la variation de x est nulle. Le déplacement vertical est positif et le déplacement horizontal est de 0.



$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{0}$$

Une fraction dont le dénominateur est égal à 0 n'est pas définie.
Ainsi, tous les segments de droite verticaux ont une pente non définie.

Pour un segment de droite vertical, on peut aussi dire que y diminue et que le déplacement vertical est négatif.

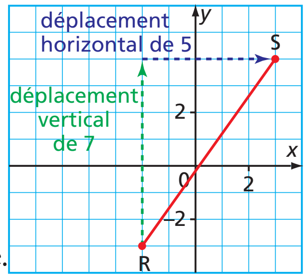
Exemple 2 Tracer un segment de droite qui a une pente donnée

Trace un segment de droite qui a la pente donnée.

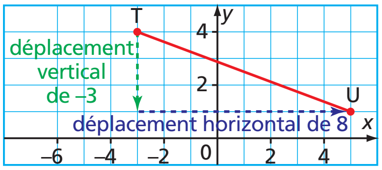
a) $\frac{7}{5}$ b) $-\frac{3}{8}$

SOLUTION

a) Un segment de droite dont la pente est de $\frac{7}{5}$ a un déplacement vertical de 7 et un déplacement horizontal de 5. Choisis un point R quelconque dans le plan cartésien. À partir de R, effectue un déplacement de 7 unités vers le haut et de 5 unités vers la droite. Nomme ce point S. Trace le segment RS.



Le segment RS a une pente de $\frac{7}{5}$.



b) Tu peux réécrire une pente de $-\frac{3}{8}$ sous la forme $\frac{-3}{8}$. Un segment de droite dont la pente est de $\frac{-3}{8}$ a un déplacement vertical de -3 et un déplacement horizontal de 8. Choisis un point T quelconque dans le plan cartésien. À partir de T, effectue un déplacement de 3 unités vers le bas et de 8 unités vers la droite. Nomme ce point U. Trace le segment TU.

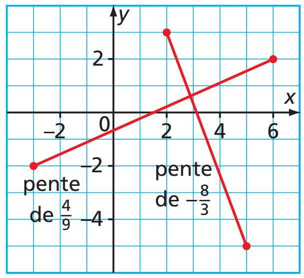
Le segment TU a une pente de $-\frac{3}{8}$.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. Trace un segment de droite qui a la pente donnée.

a) $\frac{4}{9}$ b) $-\frac{8}{3}$

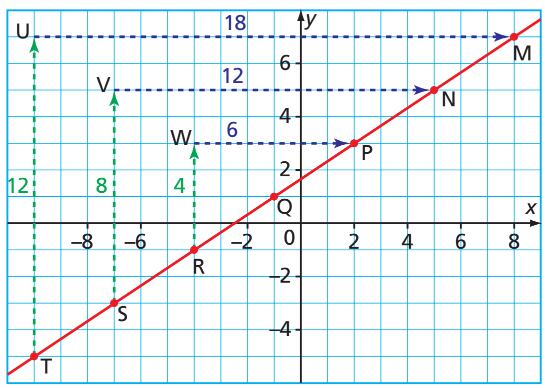
Exemple de réponses :



Pourquoi peux-tu choisir un point quelconque dans le plan cartésien comme extrémité du segment de droite ?

Suppose que la pente est de $\frac{3}{-8}$. Comment traces-tu le segment de droite ?

Il est possible de montrer que tous les segments d'une même droite ont la même pente. Sur la droite MT, tu peux voir des segments horizontaux et verticaux qui représentent le déplacement vertical et le déplacement horizontal. Ces segments forment des triangles rectangles. Examine la longueur des cathètes de ces triangles rectangles.



$\frac{\overline{TU}}{\overline{UM}} = \frac{12}{18}$ $\frac{\overline{SV}}{\overline{VN}} = \frac{8}{12}$ $\frac{\overline{RW}}{\overline{WP}} = \frac{4}{6}$

$\frac{\overline{TU}}{\overline{UM}} = \frac{2}{3}$ $\frac{\overline{SV}}{\overline{VN}} = \frac{2}{3}$ $\frac{\overline{RW}}{\overline{WP}} = \frac{2}{3}$

Les longueurs des cathètes présentent toutes le même rapport, donc les triangles sont semblables.

Dans tout triangle rectangle dont l'hypoténuse est un segment de la droite MT, les longueurs des cathètes présentent un rapport de $\frac{2}{3}$. Ainsi, le choix des points sur la droite n'a pas d'importance ; la pente d'une droite est toujours égale à la pente de n'importe quel segment de cette droite. Par exemple :

Pente du segment PQ $= \frac{2}{3}$ Pente du segment NR $= \frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$

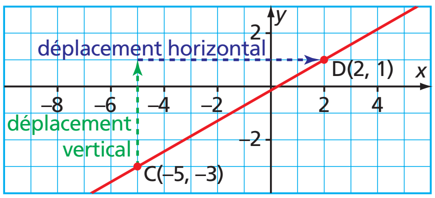
La pente de la droite MT est donc égale à $\frac{2}{3}$.

Exemple 3 Déterminer la pente d'une droite à partir de deux points

Détermine la pente de la droite qui passe par les points C(−5, −3) et D(2, 1).

SOLUTION

Esquisse la droite. Soustrais les coordonnées correspondantes pour déterminer la variation de x et celle de y.



De C à D :
Le déplacement vertical correspond à la variation des ordonnées.
Déplacement vertical $= 1 - (-3)$
Le déplacement horizontal correspond à la variation des abscisses.
Déplacement horizontal $= 2 - (-5)$

Pente de $\overline{CD} = \frac{1-(-3)}{2-(-5)}$

Pente de $\overline{CD} = \frac{4}{7}$

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

3. Détermine la pente de la droite qui passe par les points E(4, −5) et F(8, 6).

[Réponse : $\frac{11}{4}$]

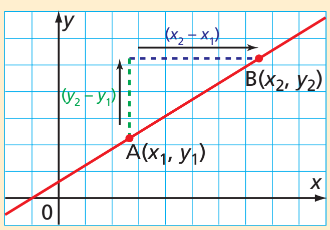
Comment peux-tu vérifier, à partir de la pente, si trois points appartiennent à la même droite ?

L'exemple 3 permet d'établir une formule pour déterminer la pente d'une droite.

La pente d'une droite

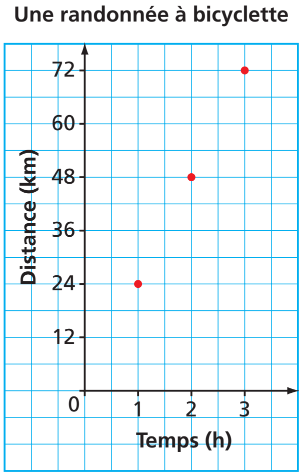
Une droite passe par les points A(x_1, y_1) et B(x_2, y_2).

Pente de la droite AB $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



Exemple 4 Interpréter la pente d'une droite

Yvonne a fait une randonnée à bicyclette sur le Sentier transcanadien au Manitoba. À divers moments, elle a noté la distance parcourue depuis son départ. Elle a représenté graphiquement ces données dans un plan cartésien.



a) Quelle est la pente de la droite qui passe par ces points?

b) Que représente cette pente?

c) Comment peux-tu te servir de la réponse en b) pour déterminer:

I) la distance qu'Yvonne a parcourue en $1\frac{3}{4}$ heure?

II) le temps qu'Yvonne a mis à parcourir 55 km?

SOLUTION

a) Choisis deux points sur la droite, par exemple P(1, 24) et Q(3, 72). Nomme les axes *x* et *y*.
Utilise la formule de la pente:

$$\text{Pente de } \overline{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

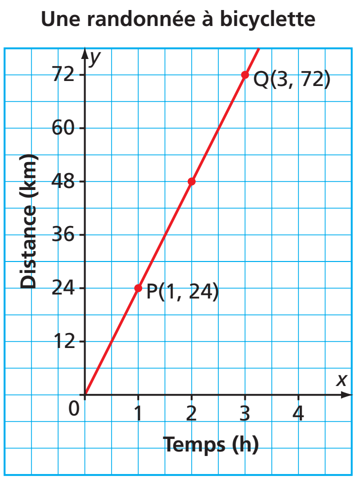
Remplace y_2 par 72, y_1 par 24, x_2 par 3 et x_1 par 1.

$$\text{Pente de } \overline{PQ} = \frac{72 - 24}{3 - 1}$$

$$\text{Pente de } \overline{PQ} = \frac{48}{2}$$

$$\text{Pente de } \overline{PQ} = 24$$

La pente de la droite est de 24.

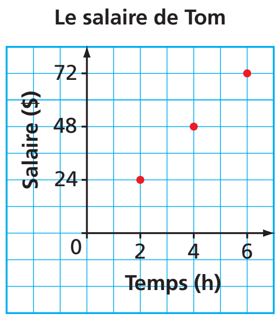


b) Les valeurs de *y* sont des distances en kilomètres.
Les valeurs de *x* indiquent le temps, en heures.
Donc, la pente de la droite s'exprime en kilomètres par heure. Elle représente la vitesse moyenne d'Yvonne pendant sa randonnée.
Yvonne a roulé à une vitesse moyenne de 24 km/h.

(Suite de la solution à la page suivante)

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Tom a un emploi à temps partiel. Pendant trois jours, il note le nombre d'heures travaillées ainsi que son salaire. Il représente graphiquement ses données dans un plan cartésien.



a) Quelle est la pente de la droite qui passe par ces points?

b) Que représente cette pente?

c) Comment peux-tu te servir de la réponse en b) pour déterminer:

I) le salaire que Tom a gagné en $3\frac{1}{2}$ heures?

II) le temps qu'il faut à Tom pour gagner 30 $?

[Réponses: a) 12; b) Le taux horaire de Tom: 12 $/h; c) I) 42 $, II) $2\frac{1}{2}$ heures]

c) I) En 1 heure, Yvonne a parcouru environ 24 km.

Ainsi, en $1\frac{3}{4}$ heure, elle a parcouru : $\left(1\frac{3}{4}\right)(24 \text{ km}) = 42 \text{ km}$

En $1\frac{3}{4}$ heure, Yvonne a parcouru environ 42 km.

II) Yvonne a parcouru environ 24 km en 1 heure, ou 60 minutes.

Pour parcourir 1 km, il lui a fallu : $\frac{60 \text{ min}}{24} = 2{,}5$ minutes

Ainsi, pour parcourir 55 km, il lui a fallu :
$55(2{,}5 \text{ min}) = 137{,}5$ minutes, ou 2 heures et 17,5 minutes.
Yvonne a mis environ 2 heures et 20 minutes à parcourir 55 km.

Place à la discussion

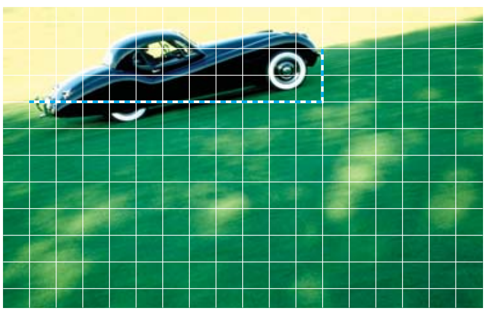
1. Comment sais-tu si une droite a une pente positive, négative, nulle ou non définie quand tu la regardes dans un plan cartésien ? Donne des exemples.
2. Pourquoi peux-tu utiliser n'importe quels points qui appartiennent à une droite pour calculer sa pente ?
3. Quand tu connais les coordonnées de deux points E et F et que tu les utilises pour calculer la pente du segment de droite EF, le choix du point qui a les coordonnées (x_1, y_1) a-t-il de l'importance ? Justifie ta réponse.

Exercices

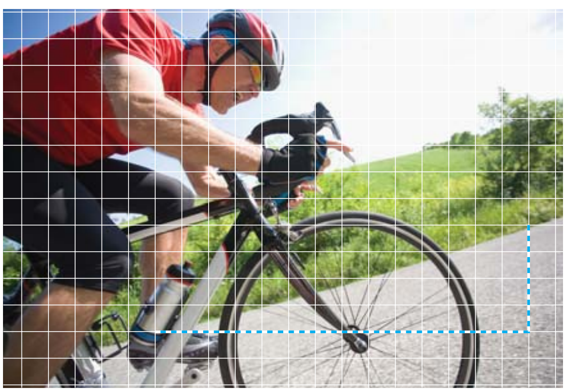
A

4. Détermine la pente de chaque route.

a)

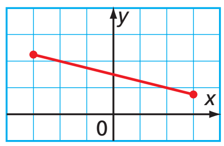


b)

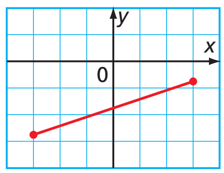


5. Pour chaque segment de droite, indique si la pente est positive, négative, nulle ou non définie.

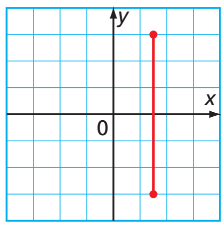
a)



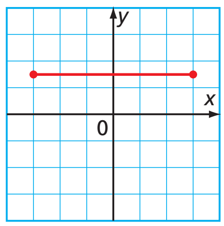
b)



c)

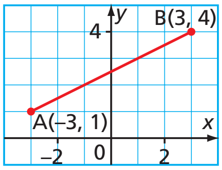


d)

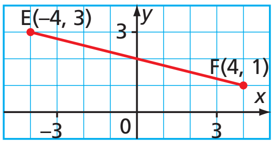


6. Détermine les déplacements vertical et horizontal et la pente de chaque segment de droite.

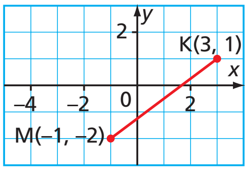
a)



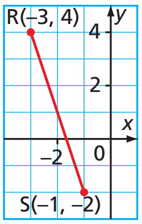
b)



c)



d)



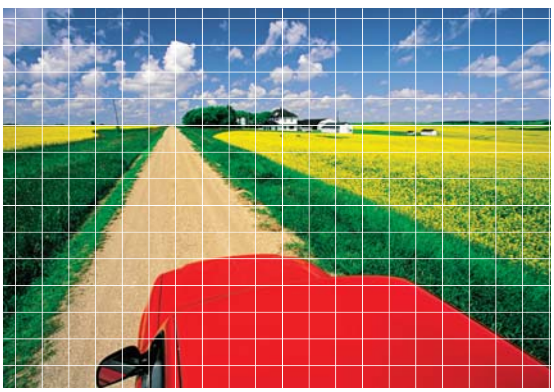
7. Détermine la pente de chaque droite.
a) Quand x augmente de 1, y augmente de 3.
b) Quand x augmente de 2, y diminue de 7.
c) Quand x diminue de 4, y diminue de 2.
d) Quand x diminue de 2, y augmente de 1.

8. Esquisse une droite dont la pente est :
a) positive, **b)** nulle,
c) négative, **d)** non définie.

9. Trace un segment de droite dont une extrémité se situe à l'origine et dont la pente est donnée.

a) $\frac{2}{3}$ **b)** $-\frac{2}{5}$ **c)** 4 **d)** $-\frac{4}{3}$

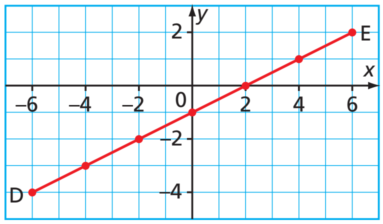
10. Un artiste place un quadrillage sur une photo afin de la reproduire à la main. Il copie l'image dans un autre quadrillage et s'assure que les carrés correspondants sont identiques.
a) Comment le calcul de la pente des droites dans l'image peut-il aider à reproduire la photo ?



b) Reproduis la photographie. Utilise la stratégie que tu as décrite en a).

B

11. **a)** Choisis deux points du segment de droite DE. Calcule la pente de $\overline{DE}$ à partir de ces points.



b) Choisis deux autres points du segment DE. Calcule la pente du segment.
c) Compare les pentes que tu as calculées en a) et en b). Explique le résultat.

12. **a)** Trace deux segments ayant une pente de $\frac{7}{5}$.
b) Quelles sont les ressemblances entre les deux segments ? Quelles sont les différences ?

13. **a)** Détermine la pente de la droite qui passe par les points de chaque paire.
I) P(1, 2) et Q(3, 6)
II) S(0, 1) et T(8, 5)
III) V(−1, 4) et R(3, −8)
IV) U(−12, −7) et W(−6, −5)
b) Explique ce que chaque pente t'apprend sur la droite.

14. **a)** Dans un plan cartésien, trace une droite qui passe par trois points. Nomme ces points C, D et E.
b) Détermine la pente de chaque segment de droite.
I) $\overline{CD}$ II) $\overline{DE}$ III) $\overline{CE}$
Que remarques-tu ?

15. **a)** Un tapis roulant a un déplacement vertical de 6 po et un déplacement horizontal de 90 po. Quelle est sa pente ?

b) On règle le tapis à sa pente maximale de 0,15. Le déplacement horizontal est de 90 po. Quel est le déplacement vertical ?

16. On creuse une tranchée afin d'y enfouir un conduit d'évacuation. Pour que l'eau s'écoule bien dans le conduit, la tranchée doit descendre de 1 po pour 4 pi de distance horizontale.

a) Quelle est la pente de la tranchée ?

b) Imagine que la tranchée descend de $6\frac{1}{2}$ po d'une extrémité à l'autre. Quelle est la longueur horizontale de la tranchée ?

c) Imagine que la tranchée a une longueur horizontale de 18 pi. De combien de pouces descend-elle sur cette distance ?

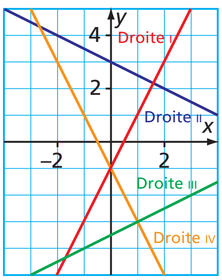
17. Associe chaque droite à une pente. Explique tes choix.

a) pente : -2

b) pente : $\frac{1}{2}$

c) pente : $-\frac{1}{2}$

d) pente : 2



18. **a)** Trace une droite qui passe par les points de chaque paire. Détermine la pente de la droite.

I) B(0, 3) et C(5, 0)

II) D(0, −3) et C(5, 0)

III) D(0, −3) et E(−5, 0)

IV) B(0, 3) et E(−5, 0)

b) Quelle est la relation entre les pentes déterminées en a) ?

19. **a)** Explique pourquoi la pente d'une droite horizontale est toujours égale à 0.

b) Explique pourquoi la pente d'une droite verticale n'est pas définie.

20. Quatre élèves ont déterminé la pente de la droite qui passe par les points B(6, −2) et C(−3, −5). Leurs réponses respectives sont 3, −3, $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$.

a) Quelle est la réponse exacte ? Justifie ton choix.

b) Pour chaque réponse inexacte, trouve l'erreur de l'élève et explique-la.

21. **a)** Dans un plan cartésien, trace :

I) une droite qui a une seule coordonnée à l'origine ;

II) une droite qui a deux coordonnées à l'origine ;

III) une droite qui a plus de coordonnées à l'origine que tu peux en compter.

b) Combien de droites peux-tu tracer dans chaque cas de la partie a) ? Quelle est la pente de chaque droite ?

22. Un hôpital doit construire une rampe d'accès pour fauteuils roulants. La pente de la rampe doit être inférieure à $\frac{1}{12}$. L'entrée de l'hôpital se trouve à 70 cm au-dessus du sol. Quelle est la longueur horizontale minimale que la rampe doit avoir ? Justifie ta réponse.

23. Trace une droite qui passe par le point G(−5, 1) et qui a la pente indiquée. Écris les coordonnées de 3 autres points de cette droite. Comment as-tu déterminé ces points ?

a) 4　　**b)** -1

c) $-\frac{1}{3}$　　**d)** $\frac{7}{4}$

24. **a)** Pour chaque droite, indique si elle a une pente positive, négative, nulle ou non définie. Justifie tes réponses.

i) La droite a une abscisse à l'origine positive et une ordonnée à l'origine négative.

ii) La droite a une abscisse à l'origine négative et une ordonnée à l'origine positive.

iii) La droite a deux coordonnées à l'origine positives.

iv) La droite a une abscisse à l'origine, mais elle n'a pas d'ordonnée à l'origine.

b) Trace chaque droite décrite en a).

25. Tess fait une expérience scientifique afin de déterminer la masse de cubes en aluminium de différents volumes. Voici ses données.

Volume d'aluminum (cm^3)	Masse d'aluminum (g)
64	172,8
125	337,5
216	583,2

a) Représente ces données dans un plan cartésien.

b) Calcule la pente de la droite qui passe par les points.

c) Qu'indique la pente ?

d) Comment peux-tu déterminer la masse de chaque volume d'aluminium à l'aide de la pente ? Explique ta stratégie.

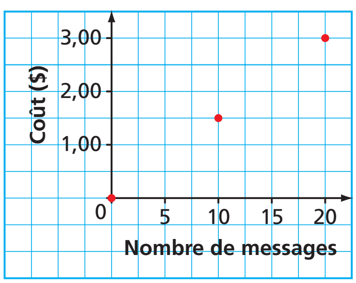
i) 50 cm^3 ii) 275 cm^3

e) Quel est le volume approximatif de chaque masse d'aluminium ?

i) 100 g ii) 450 g

26. Ce graphique représente le coût de messages textes en fonction de leur nombre.

Le coût de messages textes



a) Pourquoi les points ne sont-ils pas reliés dans le graphique ?

b) Quel est le coût d'un seul message texte ? Comment le sais-tu ?

c) Combien coûtent 33 messages textes ?

d) À combien de messages correspond un coût total de 7,20 $?

e) Quelles suppositions as-tu faites pour répondre aux questions en c) et en d) ?

27. Charin épargne le même montant d'argent chaque mois. Ce tableau présente la variation du solde de son compte.

Mois d'épargne	Solde du compte ($)
2	145
5	280

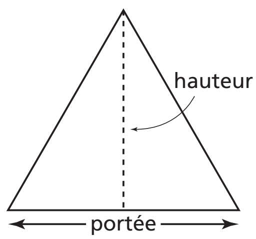
a) Quel montant d'argent Charin épargne-t-il chaque mois ? Comment peux-tu le déterminer à l'aide du concept de la pente ?

b) Détermine le montant que Charin aura épargné au bout de 10 mois.

c) Détermine le montant que Charin avait dans son compte en banque avant de commencer à épargner chaque mois. Explique ta stratégie.

d) Quelles suppositions as-tu faites pour répondre aux questions en a) à c) ?

28. On voit souvent des toits en pente.



a) Un toit pleine pente a une hauteur égale à sa portée. Si la portée d'un tel toit est de 36 pi, quelle est sa pente ?

b) Un toit moins incliné présente une hauteur égale au tiers de sa portée. Si la portée d'un tel toit est de 36 pi, quelle est sa pente ?

C

29. Le 23 juillet 1983, un Boeing 767 en route vers Edmonton depuis Montréal a eu une panne de carburant au-dessus de Red Lake, en Ontario. Le pilote a dû planer et effectuer un atterrissage d'urgence à Gimli, au Manitoba. Au moment de faire le plein avant le départ, on avait utilisé des unités impériales au lieu d'unités SI pour calculer la quantité de carburant nécessaire. Suppose que l'avion a plané jusqu'au sol à une vitesse constante. Il est passé d'une altitude de 7 000 m à une altitude de 5 500 m sur une distance horizontale de 18 km. L'avion avait une altitude de 2 600 m lorsqu'il se trouvait à 63 km de Winnipeg. Cet avion pouvait-il se rendre à Winnipeg ? Justifie ta réponse.

30. Utilise du papier quadrillé.

a) Trace le point O à l'origine, le point B(2, 4) et un point A quelconque sur la partie positive de l'axe des *x*.

b) Détermine la pente du segment OB et tan ∠AOB.

c) Refais les étapes a) et b) pour le point B(5, 2).

d) Quelle est la relation entre la pente d'un segment de droite et la tangente de l'angle formé par ce segment et la partie positive de l'axe des *x* ?

31. **a)** Construis un angle de 30° dont le sommet est à l'origine et dont un côté est sur la partie positive de l'axe des *x*. Détermine la pente de l'autre côté de l'angle.

b) Refais l'étape a) pour un angle de 60°.

c) Quand un angle a un côté horizontal, la pente de son autre côté double-t-elle si la mesure de l'angle double ? Justifie ta réponse.

Réfléchis

Décris deux types de pentes que peut avoir une droite. Quelle est la relation entre la pente d'une droite et le taux de variation ? Cite des exemples.

L'UNIVERS DES MATHS

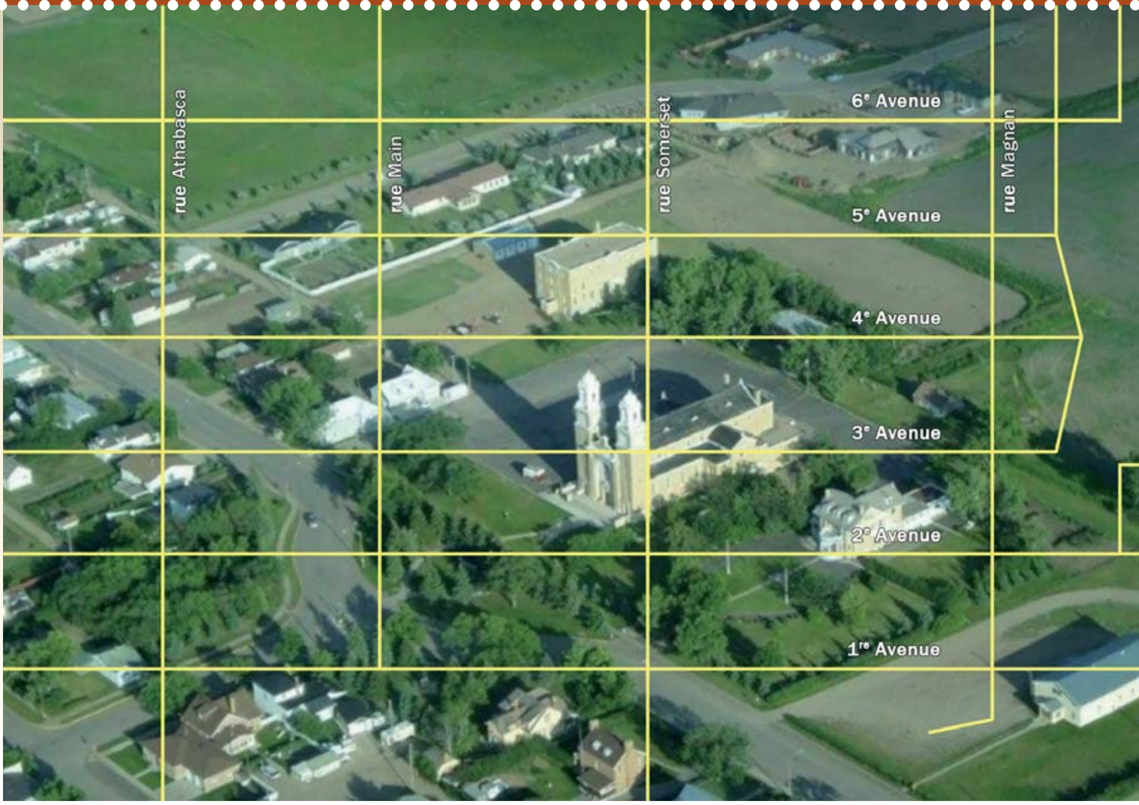
Autour de nous : La pente d'une route

La pente d'une route, aussi appelée sa « déclivité », correspond au rapport $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$ exprimé en pourcentage. Quand la déclivité est supérieure à 6 %, un panneau de signalisation en avertit les conducteurs qui descendent la pente. Les camions doivent parfois rétrograder par mesure de prudence. Quels sont les déplacements vertical et horizontal d'une route qui a une pente de 6 % ?

6.2 La pente des droites parallèles et des droites perpendiculaires

OBJECTIF DE LA LEÇON

Déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires à l'aide de leur pente.



Cette carte montre une partie de la ville de Gravelbourg, en Saskatchewan.

Établis des liens

Examine la carte ci-dessus.
Quelles rues sont parallèles à la 3e Avenue ?
Quelles rues sont perpendiculaires à la 3e Avenue ? Comment peux-tu le vérifier ?

Développe ta compréhension

FAIS UN ESSAI

Travaille individuellement.

Tu as besoin de papier quadrillé et d'une règle.

A. Dans un plan cartésien, trace deux carrés d'orientations différentes.

B. Pour chaque carré, détermine la pente des côtés.

- Que remarques-tu au sujet des pentes des côtés parallèles ?
- Que remarques-tu au sujet des pentes des côtés perpendiculaires ?

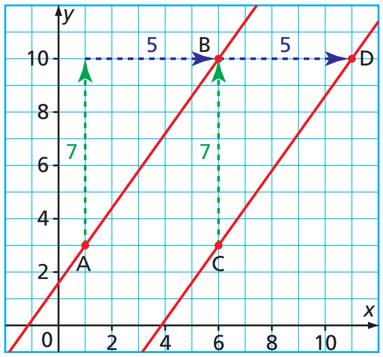
C. Compare tes résultats à ceux de 3 camarades. Les relations que tu as trouvées à l'étape B semblent-elles vraies dans tous les cas ? Justifie ta réponse.

Lorsque deux droites ont la même pente, tu peux construire des triangles congruents pour montrer le déplacement vertical et le déplacement horizontal.

Des droites qui ont la même pente sont parallèles.

Pente de AB $= \frac{7}{5}$

Pente de CD $= \frac{7}{5}$



Puisque la pente de AB est égale à la pente de CD, la droite AB est parallèle à la droite CD.

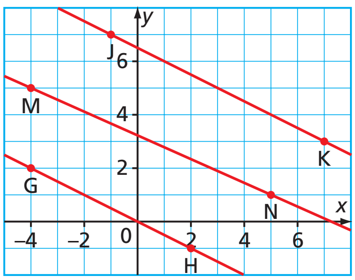
Exemple 1 Reconnaître des droites parallèles

La droite GH passe par les points G(−4, 2) et H(2, −1). La droite JK passe par les points J(−1, 7) et K(7, 3). La droite MN passe par les points M(−4, 5) et N(5, 1). Trace ces droites. Sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

SOLUTION

Utilise la formule de la pente d'une droite qui passe par les points de coordonnées (x_1, y_1) et (x_2, y_2) :

$$\text{Pente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



$$\text{Pente de GH} = \frac{-1 - 2}{2 - (-4)}$$

$$\text{Pente de GH} = \frac{-3}{6} \text{ ou } -\frac{1}{2}$$

$$\text{Pente de JK} = \frac{3 - 7}{7 - (-1)}$$

$$\text{Pente de JK} = \frac{-4}{8} \text{ ou } -\frac{1}{2}$$

$$\text{Pente de MN} = \frac{1 - 5}{5 - (-4)}$$

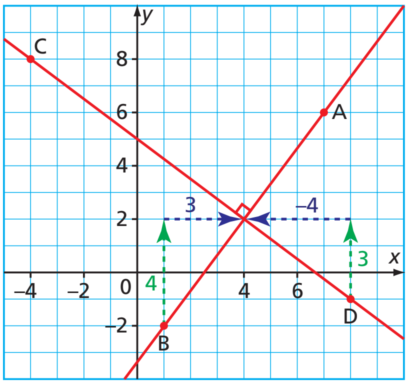
$$\text{Pente de MN} = \frac{-4}{9} \text{ ou } -\frac{4}{9}$$

Puisque GH et JK ont la même pente, ces deux droites sont parallèles. Puisque MN n'a pas la même pente que GH et JK, la droite MN n'est pas parallèle à ces deux droites.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. La droite EF passe par les points E(−3, −2) et F(−1, 6). La droite CD passe par les points C(−1, −3) et D(1, 7). La droite AB passe par les points A(−3, 7) et B(−5, −2). Trace ces droites. Sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

[Réponse : Les droites ont des pentes différentes. Elles ne sont donc pas parallèles entre elles.]



Deux nombres réels, *a* et *b*, sont chacun l'**opposé de l'inverse** de l'autre si $ab = -1$.

Des droites qui ne sont pas parallèles dans un même plan ont des pentes différentes. Des droites perpendiculaires ne sont pas parallèles, alors elles ont des pentes différentes.

Soit les droites perpendiculaires AB et CD.

Pente de AB $= \dfrac{\text{d. vertical}}{\text{d. horizontal}}$ Pente de CD $= \dfrac{\text{d. vertical}}{\text{d. horizontal}}$

Pente de AB $= \dfrac{4}{3}$ Pente de CD $= \dfrac{3}{-4}$ ou $-\dfrac{3}{4}$

Le déplacement vertical de AB est l'opposé du déplacement horizontal de CD. Le déplacement horizontal de AB est égal au déplacement vertical de CD.

$-\dfrac{3}{4}$ est l'*opposé de l'inverse* de $\dfrac{4}{3}$ et $\left(-\dfrac{3}{4}\right)\left(\dfrac{4}{3}\right) = -1$.

La relation entre les pentes de AB et de CD est vraie pour toutes les droites perpendiculaires, sauf les droites horizontales et verticales. La pente d'une droite horizontale est de 0. La pente d'une droite verticale est de $\dfrac{1}{0}$, donc non définie. L'une n'est donc pas l'opposé de l'inverse de l'autre.

Les pentes des droites perpendiculaires

Pour deux droites obliques perpendiculaires, la pente de l'une est l'opposé de l'inverse de l'autre. Autrement dit, une droite de pente *a*, où $a \neq 0$, est perpendiculaire à une droite de pente $-\dfrac{1}{a}$.

Exemple 2 Comparer des droites selon leur pente

La droite PQ passe par les points P(−7, 2) et Q(−2, 10).
La droite RS passe par les points R(−3, −4) et S(5, 1).

a) Ces droites sont-elles parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre? Justifie ta réponse.

b) Trace ces droites afin de vérifier ta réponse en a).

(Suite de la solution à la page suivante)

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. La droite ST passe par les points S(−2, 7) et T(2, −5). La droite UV passe par les points U(−2, 3) et V(7, 6).

a) Ces droites sont-elles parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre? Justifie ta réponse.

b) Trace ces droites afin de vérifier ta réponse en a).

[Réponse : a) Les deux droites sont perpendiculaires.]

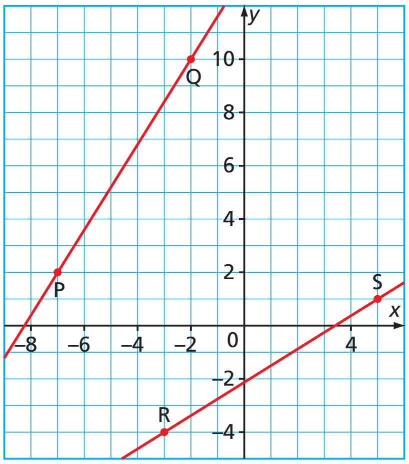
SOLUTION

a) Pente de PQ $= \dfrac{10 - 2}{-2 - (-7)}$ Pente de RS $= \dfrac{1 - (-4)}{5 - (-3)}$

Pente de PQ $= \dfrac{8}{5}$ Pente de RS $= \dfrac{5}{8}$

Les deux pentes ne sont pas égales, donc les droites ne sont pas parallèles. Elles sont inverses, mais sans être opposées, donc les droites ne sont pas perpendiculaires. Par conséquent, les deux droites ne sont ni parallèles ni perpendiculaires.

b)



Exemple 3 Déterminer une droite perpendiculaire à une droite donnée

a) Détermine la pente d'une droite perpendiculaire à la droite qui passe par les points E(2, 3) et F(-4, -1).

b) Détermine les coordonnées d'un point G tel que la droite EG est perpendiculaire à la droite EF.

SOLUTION

a) Détermine la pente de la droite EF.

Pente de EF $= \dfrac{-1 - 3}{-4 - 2}$

Pente de EF $= \dfrac{-4}{-6}$

Pente de EF $= \dfrac{2}{3}$

La pente d'une droite perpendiculaire à la droite EF est égale à l'opposé de l'inverse de $\dfrac{2}{3}$, qui est $-\dfrac{3}{2}$.

La pente d'une droite perpendiculaire à la droite EF est de $-\dfrac{3}{2}$.

(Suite de la solution à la page suivante)

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

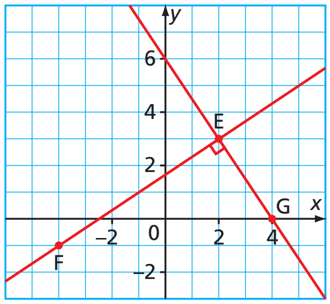
3. a) Détermine la pente d'une droite perpendiculaire à la droite qui passe par les points G(-2, 3) et H(1, -2).

b) Détermine les coordonnées d'un point K tel que la droite GK est perpendiculaire à la droite GH.

[Réponses : a) $\dfrac{3}{5}$; b) Exemple de réponse : K(3, 6)]

b) Trace la droite EF.

La pente de EG est de $-\frac{3}{2}$, donc tout déplacement vertical de -3 unités se traduit par un déplacement horizontal de 2 unités. À partir du point E, déplace-toi de 3 unités vers le bas et de 2 unités vers la droite. Nomme ce point G. Ses coordonnées sont G(4, 0). Trace une droite qui passe par E et G. Cette droite EG est perpendiculaire à la droite EF.

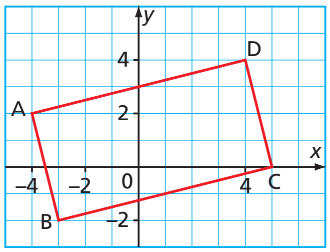


Pourquoi les pentes de droites obliques perpendiculaires sont-elles de signes opposés ?

Cite d'autres coordonnées possibles pour le point G.

Exemple 4 Reconnaître un polygone à l'aide de la pente

Le polygone ABCD est un parallélogramme. S'agit-il d'un rectangle ? Justifie ta réponse.



SOLUTION

Un parallélogramme a des côtés opposés congrus.
Il s'agit d'un rectangle si ses angles sont droits.
Pour vérifier si ABCD est un rectangle, détermine si deux côtés adjacents sont perpendiculaires.
Détermine si $\overline{AB}$ est perpendiculaire à $\overline{BC}$.
D'après le schéma, le déplacement vertical de A à B est de -4 et le déplacement horizontal est de 1.

Pente de $\overline{AB} = \frac{-4}{1}$

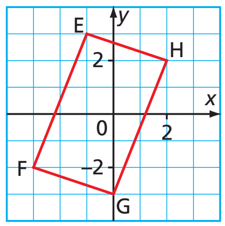
D'après le schéma, le déplacement vertical de B à C est de 2 et le déplacement horizontal est de 8.

Pente de $\overline{BC} = \frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$

Puisque la pente de l'un est l'opposé de l'inverse de la pente de l'autre, $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$ sont perpendiculaires.
Cela signifie que $\angle ABC$ est un angle droit et que ABCD est un rectangle.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Le polygone EFGH est un parallélogramme. S'agit-il d'un rectangle ? Justifie ta réponse.



[Réponse : Non, EFGH n'est pas un rectangle.]

Pourquoi n'est-il pas nécessaire de vérifier si tous les angles du parallélogramme ABCD sont droits ?

Pourquoi n'écris-tu pas la pente de $\overline{AB}$ sous la forme -4 ?

Place à la discussion

1. Comment peux-tu déterminer si deux droites sont parallèles ?

2. Comment peux-tu déterminer si deux droites sont perpendiculaires ?

Exercices

A

3. Voici la pente de droites. Pour chaque droite, indique la pente d'une droite qui lui est parallèle.

a) $\frac{4}{5}$ **b)** $-\frac{4}{3}$ **c)** 3 **d)** 0

4. Voici la pente de droites. Pour chaque droite, indique la pente d'une droite qui lui est perpendiculaire.

a) $\frac{7}{6}$ **b)** $-\frac{5}{8}$ **c)** 9 **d)** -5

5. Voici la pente de deux droites. Ces droites sont-elles parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre ?

a) 4, 4 **b)** $\frac{1}{6}$, 6

c) $\frac{7}{8}$, $-\frac{7}{8}$ **d)** $\frac{1}{10}$, -10

6. Voici la pente de droites. Pour chaque droite, indique la pente d'une droite :

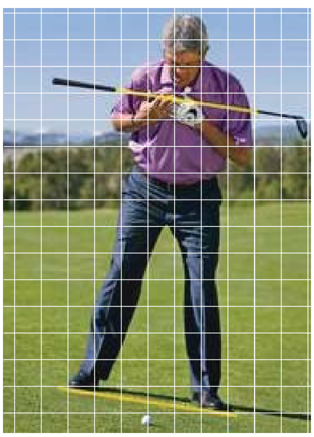
I) parallèle à cette droite,

II) perpendiculaire à cette droite.

a) $-\frac{4}{9}$ **b)** 5 **c)** $\frac{7}{3}$ **d)** -4

B

7. Pour vérifier sa position de départ, un golfeur tient son bâton sur son torse et regarde s'il est parallèle à une ligne imaginaire qui passe par le bout de ses chaussures.



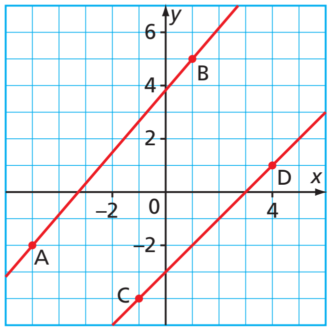
Ce golfeur a-t-il une bonne position de départ ? Comment le sais-tu ?

8. Pour chaque graphique :

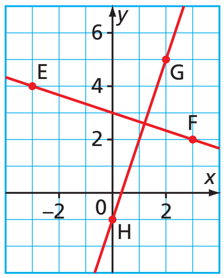
I) écris les coordonnées des points définis sur chaque droite ;

II) indique si les deux droites sont parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre, et justifie ta réponse.

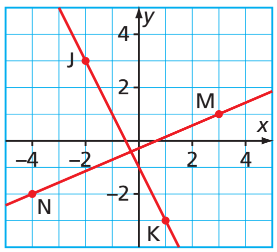
a)



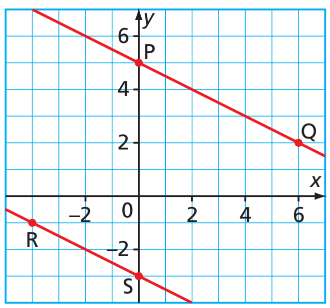
b)



c)



d)



9. Voici les coordonnées des extrémités de segments de droite. Les segments de chaque paire sont-ils parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre ? Pourquoi ?

a) S(−4, −1), T(−1, 5) et U(1, 1), V(5, −1)

b) B(−6, −2), C(−3, 3) et D(2, 0), E(5, 5)

c) N(−6, 2), P(−3, −4) et Q(1, −3), R(3, 4)

d) G(−2, 5), H(4, 1) et J(1, −4), K(7, 0)

10. Quelle est la relation entre les droites de chaque paire ? Justifie tes réponses.

a) DE a l'abscisse à l'origine 4 et l'ordonnée à l'origine −6.
FG a l'abscisse à l'origine −6 et l'ordonnée à l'origine 4.

b) HJ a l'abscisse à l'origine −2 et l'ordonnée à l'origine 3.
KM a l'abscisse à l'origine −9 et l'ordonnée à l'origine 6.

11. Une droite passe par les points A(−3, −2) et B(1, 4).

a) Dans un plan cartésien, trace la droite AB et détermine sa pente.

b) La droite CD est parallèle à AB. Quelle est la pente de CD ?

c) Le point C a les coordonnées (−1, −1). Détermine deux paires de coordonnées possibles pour le point D. Pourquoi tes réponses peuvent-elles être différentes de celles de tes camarades ?

d) La droite AE est perpendiculaire à AB. Quelle est la pente de AE ?

e) Détermine deux paires de coordonnées possibles pour le point E.

12. Une droite passe par les points A(5, −2) et B(3, 2).

a) Dans un plan cartésien, trace la droite AB et détermine sa pente.

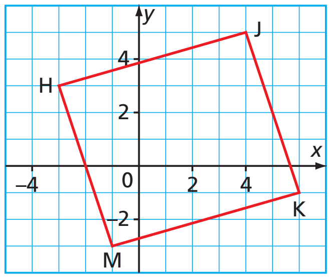
b) La droite CD est parallèle à AB. Quelle est la pente de CD ?

c) Sachant que la droite CD passe par le point Q(1, −4), trace la droite CD. Détermine son abscisse à l'origine et son ordonnée à l'origine.

d) La droite EF est perpendiculaire à AB. Quelle est la pente de EF ?

e) Sachant que la droite EF passe par le point R(−4, −4), trace la droite EF. Détermine son abscisse à l'origine et son ordonnée à l'origine.

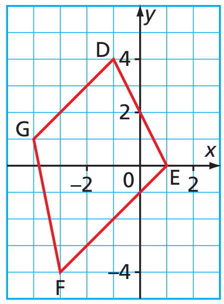
13. HJKM est un quadrilatère.



a) S'agit-il d'un parallélogramme ? Justifie ta réponse.

b) S'agit-il d'un rectangle ? Justifie ta réponse.

14. Soit le quadrilatère DEFG. De quel type est-il ? Justifie ta réponse.



15. Le rectangle QRST a les sommets Q(−2, 4) et R(1, 1). As-tu assez d'information pour déterminer les coordonnées des sommets S et T ? Justifie ta réponse.

16. Les sommets du △ABC sont A(−3, 1), B(6, −2) et C(3, 4). Comment sais-tu que le △ABC est un triangle rectangle ?

17. Les sommets du △DEF sont D(−3, −2), E(1, 4) et F(4, 2). Le △DEF est-il un triangle rectangle ? Justifie ta réponse.

18. Trace un triangle dans un plan cartésien.

a) Détermine la pente de chaque côté du triangle.

b) Relie les points milieu des côtés. Détermine la pente de chaque nouveau segment de droite créé.

c) Quelle relation remarques-tu entre les pentes en a) et en b) ?

19. ABCD est un parallélogramme. Trois de ses sommets sont $A(-4, 3)$, $B(2, 4)$ et $C(4, 0)$.

a) ABCD est-il un rectangle ? Justifie ta réponse.

b) Détermine les coordonnées du sommet D. Justifie ta réponse.

c) Quelle autre stratégie peux-tu utiliser pour déterminer les coordonnées du point D ? Justifie ta réponse.

20. Les coordonnées de deux des sommets du $\triangle RST$ sont $R(-3, 4)$ et $S(0, -2)$. Détermine des coordonnées possibles du point T si le $\triangle RST$ est un triangle rectangle. Explique ta stratégie.

C

21. Dans un plan cartésien, trace différents losanges. Détermine la relation entre les diagonales des losanges à l'aide de leurs pentes.

22. Détermine la valeur de c telle que le segment de droite d'extrémités $B(2, 2)$ et $C(9, 6)$ est parallèle au segment de droite d'extrémités $D(c, -7)$ et $E(5, -3)$.

23. À partir des points $A(3, 5)$, $B(7, 10)$, $C(0, 2)$ et $D(1, a)$, détermine la valeur de a telle que :

a) la droite AB est parallèle à la droite CD.

b) la droite AB est perpendiculaire à la droite CD.

24. **a)** Sur du papier quadrillé, construis un carré qui a des côtés de 4 unités de longueur et un sommet à l'origine. Montre que les diagonales de ce carré sont perpendiculaires l'une à l'autre.

b) Refais la partie a) pour un carré qui a des côtés de a unités de longueur.

Réfléchis

Qu'as-tu appris au sujet des droites parallèles et des droites perpendiculaires ? Cite des exemples.

L'UNIVERS DES MATHS

Un peu d'histoire : Agnes Martin

Agnes Martin est née en 1912 à Macklin, en Saskatchewan, et a vécu jusqu'en 2004. Cette artiste utilisait des lignes parallèles et des quadrillages dans ses œuvres. Avant de commencer un tableau, Agnes calculait la distance entre les paires de droites parallèles ou de bandes. Elle traçait ensuite chaque droite à la main, à l'aide d'une règle et d'une ficelle tendue sur la surface de la toile.

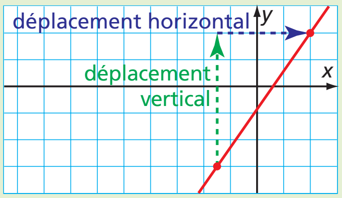
PAUSE VÉRIFICATION 1

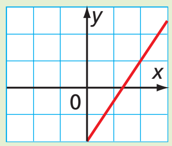
Liens

Définition

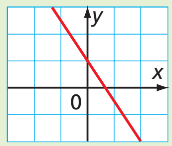
La pente d'une droite est la mesure de son taux de variation.

$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

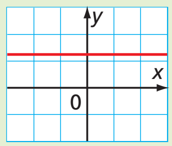




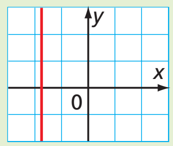
pente positive



pene négative



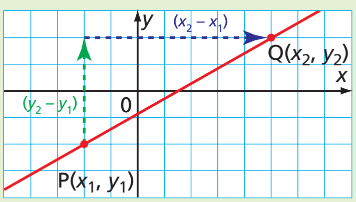
pente nulle



pente non définie

La pente d'une droite qui passe par les points $P(x_1, y_1)$ et $Q(x_2, y_2)$ est donnée par :

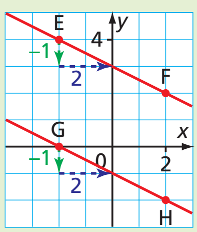
$$\text{Pente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Deux droites sont parallèles si leurs pentes sont égales.

Pente de EF $= -\frac{1}{2}$

Pente de GH $= -\frac{1}{2}$

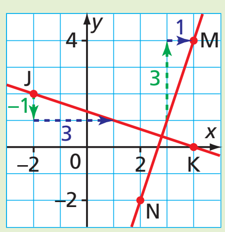


Deux droites sont perpendiculaires si leurs pentes sont chacune l'opposé de l'inverse de l'autre.

Pente de MN = 3

Pente de JK $= -\frac{1}{3}$

$(3)\left(-\frac{1}{3}\right) = -1$



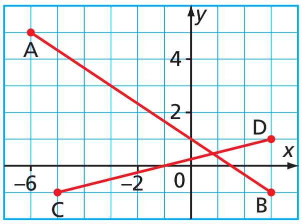
Présentation des concepts

- **Dans la leçon 6.1 :**
  - tu as défini la pente d'un segment de droite et la pente d'une droite comme un taux de variation ;
  - tu as déterminé la pente d'un segment et d'une droite à partir des déplacements vertical et horizontal ;
  - tu as montré que la pente d'une droite est égale à la pente de tout segment de cette droite ;
  - tu as déterminé la pente d'un segment de droite à partir des coordonnées de ses extrémités, et la pente d'une droite à partir des coordonnées de deux points de cette droite ;
  - tu as expliqué la signification de la pente d'une droite horizontale et d'une droite verticale ;
  - tu as tracé une droite à partir de sa pente et d'un point qui appartient à cette droite ;
  - tu as déterminé les coordonnées d'un point qui appartient à une droite à partir de la pente et d'un autre point de cette droite ;
  - tu as résolu des problèmes contextualisés comportant des pentes.
- **Dans la leçon 6.2 :**
  - tu as formulé et appliqué des règles générales pour déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires ;
  - tu as tracé des droites parallèles ou perpendiculaires à une droite donnée.

Évalue ta compréhension

6.1

1. Détermine la pente des segments de droite AB et CD.

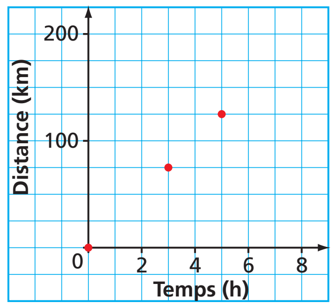


2. Détermine la pente de la droite qui passe par les points de chaque paire.
a) Q(−2, 5) et R(2, −10)
b) l'abscisse à l'origine 3 et l'ordonnée à l'origine −5

3. Pourquoi peux-tu déterminer la pente d'une droite à l'aide de n'importe quelle paire de points de cette droite ?

4. Jordan a noté la distance parcourue à différentes étapes de son voyage en motoneige sur le sentier Overland, qui va de Whitehorse à Dawson, au Yukon. Il a représenté graphiquement ses données dans un plan cartésien.
a) Quelle est la pente de la droite qui passe par ces points ? Que représente-t-elle ?
b) Quelle distance Jordan a-t-il parcourue en $1\frac{1}{4}$ heure ?
c) En combien de temps Jordan a-t-il parcouru 65 km ?

Le voyage en motoneige de Jordan



6.2

5. Trace deux droites selon les pentes indiquées. Ces droites sont-elles parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre ? Justifie tes réponses.

a) $\frac{2}{5}, \frac{5}{2}$ **b)** $-\frac{1}{4}, 4$ **c)** $\frac{9}{7}, \frac{18}{14}$

6. Une droite passe par les points D(−6, −1) et E(2, 5).
a) Détermine les coordonnées de deux points d'une droite parallèle à DE.
b) Détermine les coordonnées de deux points d'une droite perpendiculaire à DE.
Décris les stratégies que tu as utilisées pour déterminer les coordonnées.

7. Les coordonnées des sommets d'un triangle sont A(−1, 5), B(−5, −6) et C(3, 1). S'agit-il d'un triangle rectangle ? Justifie ta réponse.

8. Les coordonnées de deux des sommets du triangle rectangle MNP sont M(−3, 6) et P(3, −3). Le point N se trouve sur un des axes.
Détermine deux paires de coordonnées possibles du point N.
Explique ta stratégie.

LABORATOIRE

6.3 Explorer le graphique des fonctions linéaires

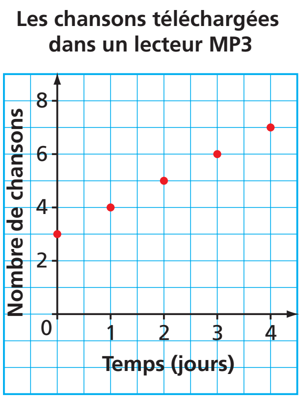
OBJECTIF DE LA LEÇON

Explorer la relation entre le graphique d'une fonction linéaire et son équation.

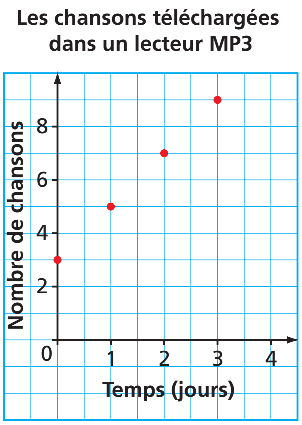
Établis des liens

Alimina achète un lecteur MP3 et télécharge trois chansons. Chaque jour subséquent, elle télécharge deux autres chansons. Quel graphique représente le mieux cette situation ? Explique ton choix.

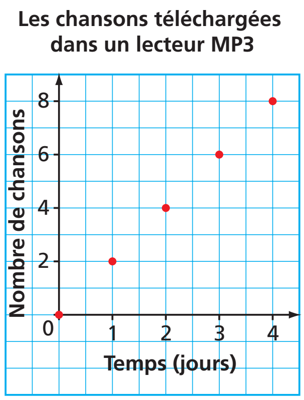
Graphique A



Graphique B



Graphique C



Développe ta compréhension

FAIS UN ESSAI

Travaille avec une ou un camarade.

Utilise une calculatrice à affichage graphique ou un ordinateur muni d'un logiciel graphique.

A. Trace le graphique de $y = mx + 6$ pour différentes valeurs de m. Inclus des valeurs négatives ainsi que la valeur 0. Inscris tes résultats dans un tableau.

Équation	Valeur de m	Esquisse du graphique	Pente du graphique	Abscisse à l'origine	Ordonnée à l'origine
$y = x + 6$	1				

B. Comment le graphique change-t-il lorsque la valeur de m change? Que représente m?

C. Trace le graphique de $y = 2x + b$ pour différentes valeurs de b. Inclus des valeurs négatives ainsi que la valeur 0. Inscris tes résultats dans un tableau.

Équation	Valeur de b	Esquisse du graphique	Pente du graphique	Abscisse à l'origine	Ordonnée à l'origine
$y = 2x + 6$	6				

D. Comment le graphique change-t-il lorsque la valeur de b change? Que représente b?

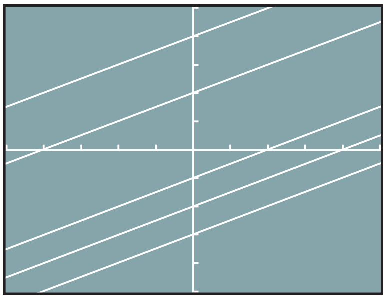
On te fournit le graphique d'une fonction linéaire. Comment peux-tu te servir de ce que tu as appris dans cette leçon pour déterminer une équation de cette fonction ?

E. Prédis l'allure du graphique de $y = -2x + 4$. Représente graphiquement la fonction afin de vérifier ta prédiction.

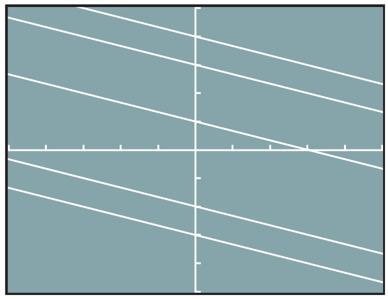
Évalue ta compréhension

1. Sur les saisies d'écran suivantes, chaque graduation de l'axe des x et de l'axe des y représente 1 unité. Quelle est l'équation de chaque droite ?

a) La pente de chaque droite est de $\frac{1}{2}$.



b) La pente de chaque droite est de $-\frac{1}{3}$.



2. Une fonction linéaire est définie par une équation sous la forme $y = mx + b$. À partir des résultats que tu as obtenus à la rubrique *Fais un essai*, propose une explication de ce que m et b représentent. Explique comment tu pourrais tracer le graphique de la fonction à l'aide de cette information.

3. Décris le graphique de la fonction linéaire dont l'équation est $y = -3x + 6$. Trace ce graphique sans l'aide de la technologie.

4. **a)** Prédis ce que les graphiques des équations suivantes auront en commun.

- I) $y = x - 1$
- II) $y = 2x - 1$
- III) $y = -3x - 1$
- IV) $y = -2x - 1$

b) Représente graphiquement chaque équation pour vérifier ta prédiction.

5. **a)** Prédis ce que les graphiques des équations suivantes auront en commun.

- I) $y = x - 3$
- II) $y = x - 2$
- III) $y = x$
- IV) $y = x + 3$

b) Représente graphiquement chaque équation pour vérifier ta prédiction.

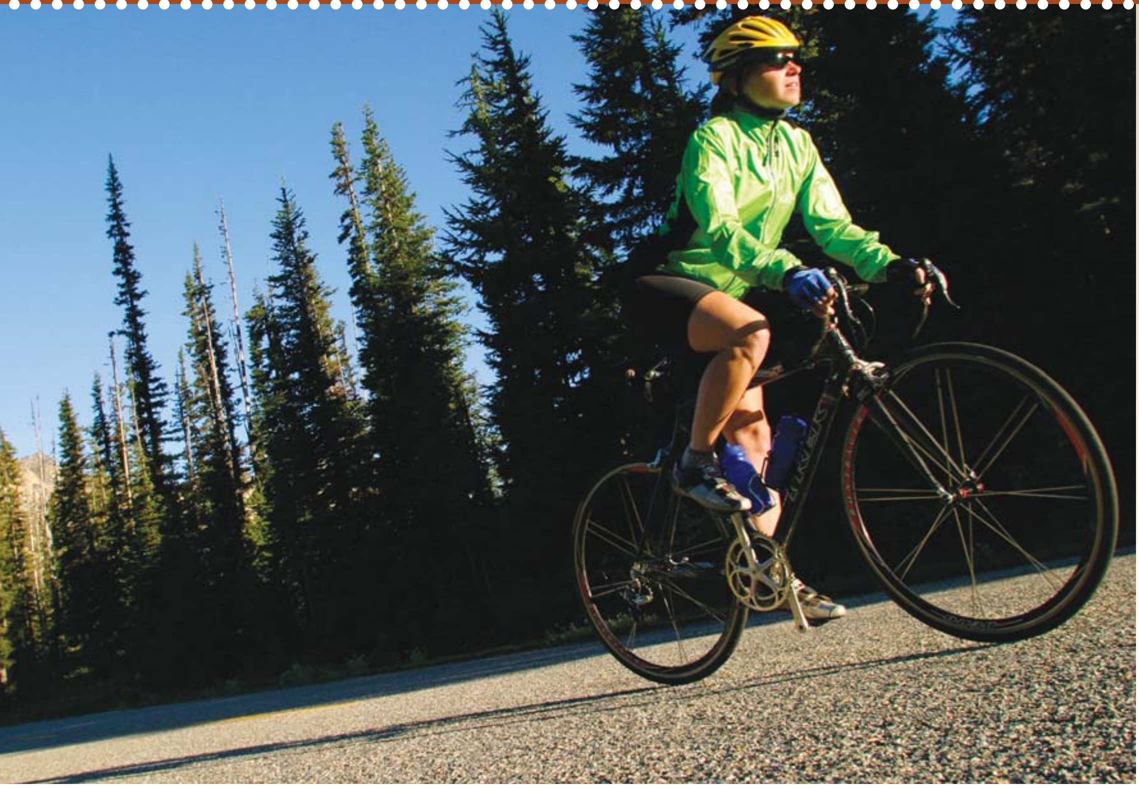
6. Trace le graphique de chaque équation sur du papier quadrillé sans remplir de table de valeurs. Décris ta stratégie.

a) $y = 3x + 5$
b) $y = -3x + 5$
c) $y = 3x - 5$
d) $y = -3x - 5$

7. À la question 12 de la leçon 5.6, à la page 309, le coût de location d'une salle de banquet, C, en dollars, est donné par l'équation $C = 550 + 15n$, où n représente le nombre de convives.

a) Trace le graphique de cette équation sur du papier quadrillé.
b) Compare cette équation avec l'équation $y = mx + b$.
Que représentent m et b dans ce contexte ?

6.4 L'équation sous la forme explicite d'une fonction linéaire



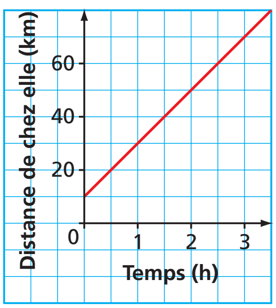
OBJECTIF DE LA LEÇON

Associer le graphique d'une fonction linéaire à son équation sous la forme explicite.

Établis des liens

Le graphique suivant représente la distance entre une cycliste et sa résidence.

Une promenade à bicyclette



Que représente l'ordonnée à l'origine?
Que représente la pente de la droite?

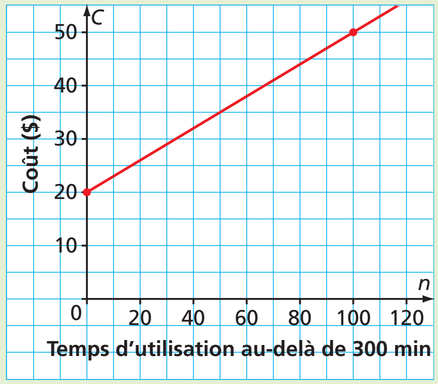
Développe ta compréhension

QU'EN PENSES-TU ?

Travaille avec une ou un camarade.

Un forfait de téléphone cellulaire comprend des frais mensuels qui englobent les 300 premières minutes d'utilisation. Ce graphique représente le coût du forfait au-delà de ces 300 minutes.

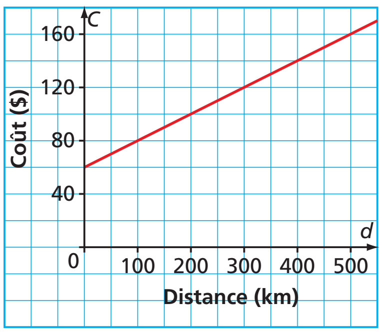
Le coût d'un forfait de téléphone



Comment sais-tu qu'il s'agit du graphique d'une fonction linéaire ? Que représente la pente du graphique ? Écris une équation qui définit cette fonction. Vérifie ton équation.

Dans la leçon 5.6, tu as vu différentes façons de décrire une fonction linéaire. La fonction linéaire suivante représente le coût de location d'une voiture.

Le coût de location d'une voiture



Voici une équation de cette fonction :
$C = 0{,}20d + 60$

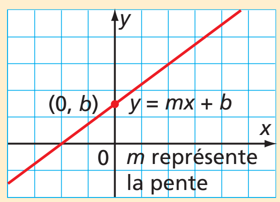
Le nombre 0,20 représente le taux de variation, ou la pente, de la droite. Il représente le coût, en dollars, de chaque kilomètre supplémentaire parcouru.

Le nombre 60 est l'ordonnée à l'origine. Il représente le coût, en dollars, qui ne dépend pas de la distance parcourue, c'est-à-dire le coût initial de location de la voiture.

En général, toute fonction linéaire peut s'écrire sous la **forme explicite.**

L'équation sous la forme explicite d'une fonction linéaire

L'équation d'une fonction linéaire peut prendre la forme $y = mx + b$, où m représente la pente de la droite, et b, l'ordonnée à l'origine.



Exemple 1 Écrire l'équation d'une fonction linéaire à partir de la pente et de l'ordonnée à l'origine de son graphique

Le graphique d'une fonction linéaire a une pente de $\frac{3}{5}$ et l'ordonnée à l'origine -4.

Écris une équation de cette fonction.

SOLUTION

Utilise :

$y = mx + b$ Remplace m par $\frac{3}{5}$ et b par -4.

$y = \frac{3}{5}x - 4$

Voici une équation de cette fonction : $y = \frac{3}{5}x - 4$

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. Le graphique d'une fonction linéaire a une pente de $-\frac{7}{3}$ et l'ordonnée à l'origine 5. Écris une équation de cette fonction.

[Réponse : $y = -\frac{7}{3}x + 5$]

Peux-tu écrire une équation pour une fonction linéaire lorsque tu connais la pente et l'abscisse à l'origine ? Si oui, explique ta stratégie.

Exemple 2 Tracer le graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation sous la forme explicite

Trace le graphique de la fonction linéaire dont l'équation est $y = \frac{1}{2}x + 3$.

SOLUTION

Compare $y = \frac{1}{2}x + 3$

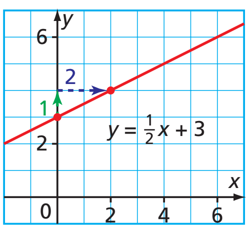
à $y = mx + b$.

La pente du graphique est de $\frac{1}{2}$.

L'ordonnée à l'origine est 3, d'où les coordonnées (0, 3).
Dans le plan cartésien, trace le point (0, 3).
La pente de la droite correspond à :

$$\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{1}{2}.$$

Donc, à partir du point (0, 3), déplace-toi de 1 unité vers le haut et de 2 unités vers la droite, puis trace le point atteint.
Trace une droite qui passe par les deux points.

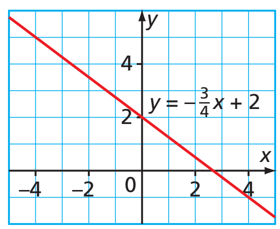


VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. Trace le graphique de la fonction linéaire dont l'équation est

$y = -\frac{3}{4}x + 2.$

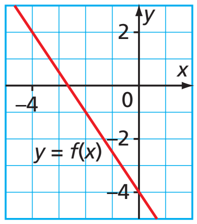
Réponse :



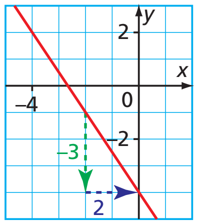
Quelle autre stratégie peux-tu utiliser pour tracer le graphique de cette fonction linéaire ?

Exemple 3 Écrire l'équation d'une fonction linéaire à partir de son graphique

Écris une équation qui définit cette fonction. Vérifie l'équation.



SOLUTION



Utilise l'équation $y = mx + b$.
Pour écrire l'équation d'une fonction linéaire, détermine la pente, m, ainsi que l'ordonnée à l'origine, b.

La droite coupe l'axe des y à -4, donc $b = -4$.

Selon le graphique, le déplacement vertical est de -3 et le déplacement horizontal est de 2. Donc, $m = \frac{-3}{2}$ ou $-\frac{3}{2}$

Remplace m et b par leurs valeurs dans $y = mx + b$.

$y = -\frac{3}{2}x - 4$

L'équation $y = -\frac{3}{2}x - 4$ définit la fonction.

Pour vérifier cette équation, substitue les coordonnées d'un point de la droite dans l'équation. Choisis le point $(-2, -1)$.

Remplace x par -2 et y par -1 dans l'équation $y = -\frac{3}{2}x - 4$.

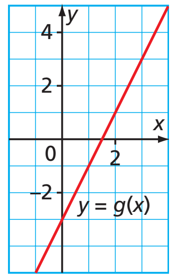
M.G. $= y$
$= -1$

M.D. $= -\frac{3}{2}x - 4$
$= -\frac{3}{2}(-2) - 4$
$= 3 - 4$
$= -1$

Puisque le membre de gauche de l'équation est égal au membre de droite, l'équation est juste.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

3. Écris une équation qui définit cette fonction. Vérifie l'équation.



[Réponse : $y = 2x - 3$]

Est-il possible de définir le graphique d'une fonction linéaire au moyen de plus d'une équation de la forme $y = mx + b$? Justifie ta réponse.

L'UNIVERS DES MATHS

Un peu d'histoire : Pourquoi la lettre *m* représente-t-elle la pente ?

Certains historiens ont examiné les travaux effectués au cours des siècles par les grands mathématiciens de nombreux pays afin de répondre à cette question. D'autres ont tenté de trouver des mots qui pourraient désigner la pente d'une droite. Le choix de la lettre *m* s'explique peut-être par le mot français « monter ». Cependant, le mathématicien français René Descartes n'a pas utilisé la lettre *m* pour représenter la pente. Jusqu'à maintenant, les historiens n'ont pas trouvé de réponse satisfaisante à la question ; le mystère reste entier.

Exemple 4 Résoudre un problème à l'aide d'une équation d'une fonction linéaire

Le conseil étudiant organise une soirée de danse. Le prix du billet d'entrée est de 5 $ et les services de l'animateur coûtent 300 $.

a) Écris une équation qui représente le bénéfce B, en dollars, en fonction du nombre n, de billets vendus.

b) Si 123 personnes achètent un billet, quel est le bénéfice réalisé ?

c) Si le bénéfice réalisé s'élève à 350 $, combien de personnes ont acheté un billet ?

d) Le conseil peut-il réaliser un bénéfice de 146 $ exactement ? Justifie ta réponse.

SOLUTION

a) Le bénéfice correspond aux revenus moins les dépenses.
Pour n billets vendus, les revenus sont de $5n$ dollars.
Les dépenses sont de 300 $.
Voici donc une équation possible : $B = 5n - 300$

b) Utilise l'équation :

$B = 5n - 300$ — Remplace n par 123.

$B = 5(123) - 300$ — Simplifie le tout.

$B = 615 - 300$

$B = 315$

Le bénéfice s'élève à 315 $.

c) Utilise l'équation :

$B = 5n - 300$ — Remplace B par 350.

$350 = 5n - 300$ — Regroupe les termes semblables.

$350 + 300 = 5n - 300 + 300$

$650 = 5n$ — Résous l'équation.

$\frac{650}{5} = \frac{5n}{5}$

$130 = n$

Cent trente personnes ont acheté un billet.

d) Utilise l'équation :

$B = 5n - 300$ — Remplace B par 146.

$146 = 5n - 300$ — Simplifie le tout.

$146 + 300 = 5n - 300 + 300$

$446 = 5n$ — Résous l'équation.

$\frac{446}{5} = \frac{5n}{5}$

$89{,}2 = n$

Puisque le nombre de billets n'est pas un nombre entier, le bénéfice ne peut pas s'élever à 146 $ exactement.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Pour fréquenter un gymnase, Karim paie des frais initiaux de 99 $ plus 29 $ par mois.

a) Écris une équation pour le coût total C, en dollars, de n mois d'entraînement.

b) Karim a fréquenté le gymnase pendant 23 mois. Combien a-t-il payé en tout ?

c) Karim a payé 505 $. Pendant combien de mois a-t-il fréquenté le gymnase ?

d) Le coût total peut-il être de 600 $ exactement ? Justifie ta réponse.

[Réponses : a) $C = 29n + 99$; b) 766 $; c) 14 mois ; d) Non]

Si tu traçais le graphique de la fonction linéaire, quelles seraient la pente et l'ordonnée à l'origine ?

Place à la discussion

1. Quand tu peux modéliser une situation donnée par une fonction linéaire, que représentent habituellement la pente et l'ordonnée à l'origine ?
2. Comment peux-tu déterminer une équation d'une fonction linéaire à partir du graphique de cette fonction ?
3. Comment peux-tu esquisser rapidement le graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation sous la forme explicite ?

Exercices

A

4. Pour chaque équation, indique la pente et l'ordonnée à l'origine de son graphique.

a) $y = 4x - 7$ **b)** $y = x + 12$

c) $y = -\frac{4}{9}x + 7$ **d)** $y = 11x - \frac{3}{8}$

e) $y = \frac{1}{5}x$ **f)** $y = 3$

5. Écris une équation d'une fonction linéaire dont le graphique :

a) a une pente de 7 et l'ordonnée à l'origine 16 ;

b) a une pente de $-\frac{3}{8}$ et l'ordonnée à l'origine 5 ;

c) passe par le point H(0, −3) et a une pente de $\frac{7}{16}$;

d) a l'ordonnée à l'origine −8 et une pente de $-\frac{6}{5}$;

e) passe par l'origine et a une pente de $-\frac{5}{12}$.

6. Trace la droite qui a ces caractéristiques.

a) ordonnée à l'origine 1, pente de $\frac{1}{2}$

b) ordonnée à l'origine −5, pente de 2

c) ordonnée à l'origine 4, pente de $-\frac{2}{3}$

d) ordonnée à l'origine 0, pente de $\frac{4}{3}$

B

7. Trace le graphique de chaque équation sur du papier quadrillé. Explique ta stratégie.

a) $y = 2x - 7$ **b)** $y = -x + 3$

c) $y = -\frac{1}{4}x + 5$ **d)** $y = \frac{5}{2}x - 4$

e) $V = -100t + 6\,000$ **f)** $C = 10n + 95$

8. Pour une visite à domicile, une électricienne exige 80 $ plus 50 $ par heure de travail.

a) Écris une équation qui représente le coût total, *C*, en fonction du nombre d'heures de travail, *h*.

b) Comment l'équation changera-t-elle si l'électricienne exige 100 $ plus 40 $ par heure de travail ?

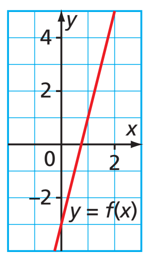
9. Les frais totaux pour un retrait effectué dans un guichet automatique à l'étranger sont de 3,50 $ plus 2 % du montant retiré pour la conversion des devises. Écris une équation qui représente les frais totaux *F*, en dollars, pour un retrait de *d* dollars.

10. Utilise une calculatrice à affichage graphique ou un ordinateur muni d'un logiciel graphique. Trace le graphique de chaque équation. Explique ta stratégie. Esquisse ou imprime le graphique.

a) $f(x) = -\frac{3}{13}x + \frac{4}{11}$ **b)** $g(x) = 3{,}75x - 2{,}95$

c) $C(n) = 0{,}45n + 25{,}50$ **d)** $F(c) = \frac{9}{5}c + 32$

11. Selon un élève, ce graphique représente l'équation $y = -3x + 4$.



a) Quelles erreurs l'élève a-t-il commises ?

b) Quelle est l'équation représentée par ce graphique ?

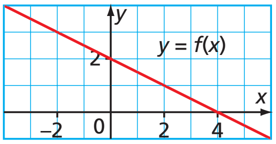
12. Pour chaque graphique :

I) détermine la pente et l'ordonnée à l'origine ;

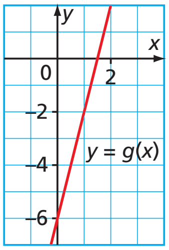
II) écris une équation qui définit le graphique, puis vérifie-la ;

III) calcule la valeur de *y* lorsque $x = 10$, à partir de l'équation.

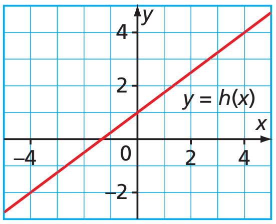
a)



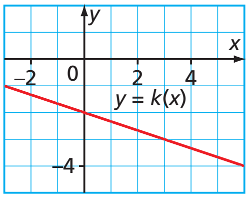
b)



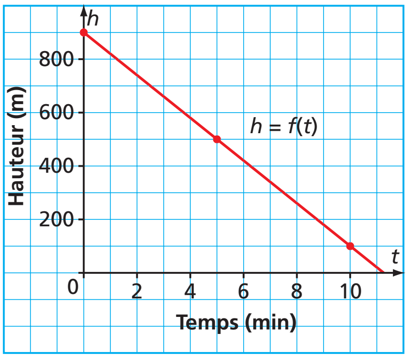
c)



d)



13. Ce graphique représente la hauteur au-dessus d'un lac, en fonction du temps, d'un hydravion qui amerrit.



a) Détermine la pente et l'ordonnée à l'origine. Que représentent-elles ?

b) Écris une équation qui définit ce graphique, puis vérifie-la.

c) À l'aide de l'équation, calcule la valeur de h lorsque $t = 5{,}5$ min.

d) Suppose que l'hydravion commence sa descente à 700 m et qu'il amerrit 8 min plus tard.

I) Comment le graphique changera-t-il ?

II) Comment l'équation changera-t-elle ?

14. Un site de musique en ligne demande 20 \$ pour un abonnement plus 0,80 \$ pour chaque chanson téléchargée.

a) Écris une équation qui définit le coût C, en dollars, du téléchargement de n chansons.

b) Jacques a téléchargé 109 chansons. Combien a-t-il payé en tout ?

c) Michelle a payé 120 \$ en tout. Combien de chansons a-t-elle téléchargées ?

15. a) Comment la forme explicite d'une équation, $y = mx + b$, peut-elle t'aider à tracer la droite horizontale $y = 2$?

b) Comment peux-tu tracer la droite verticale $x = 2$?

Justifie tes réponses.

16. Alun travaille à temps partiel comme aide-serveur dans un restaurant. Il gagne 34 \$ par soir plus 5 % des pourboires.

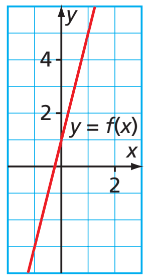
a) Écris une équation de son salaire S, en dollars, si les pourboires sont de p dollars.

b) Combien Alun gagne-t-il si les pourboires sont de 400 \$? Explique ta stratégie.

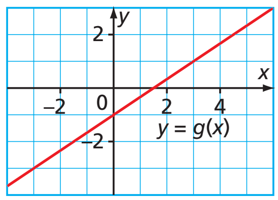
c) Quel est le montant des pourboires un soir si Alun gagne 64 \$? Explique ta stratégie.

17. Quelle équation correspond au graphique ? Justifie tes choix.

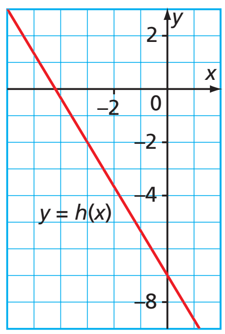
a) $y = x + 4$,
$y = 4x + 1$,
$y = x - 4$, ou
$y = -4x + 1$



b) $y = \frac{3}{2}x - 1$,
$y = -\frac{2}{3}x + 1$,
$y = \frac{2}{3}x - 1$, ou
$y = -x + \frac{2}{3}$



c) $y = \frac{5}{3}x + 7$,
$y = -\frac{3}{5}x - 7$,
$y = -7x - \frac{5}{3}$, ou
$y = -\frac{5}{3}x - 7$

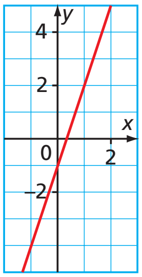


18. Associe chaque équation au graphique correspondant. Comment as-tu choisi l'équation dans chaque cas ?

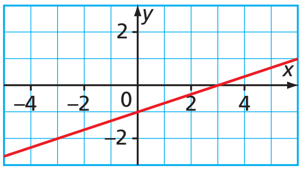
a) $y = 2x - 1$ **b)** $y = 3x - 1$

c) $y = -x - 1$ **d)** $y = \frac{1}{3}x - 1$

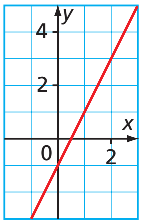
Graphique A



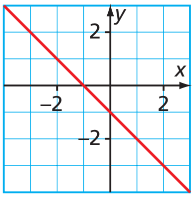
Graphique B



Graphique C



Graphique D

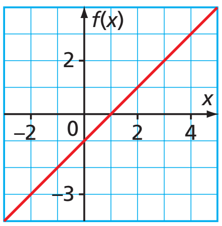


19. Associe chaque équation au graphique correspondant. Compare les graphiques. Que remarques-tu ?

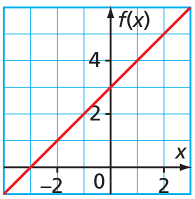
a) $f(x) = -x - 4$ **b)** $f(x) = -x + 1$

c) $f(x) = x + 3$ **d)** $f(x) = x - 1$

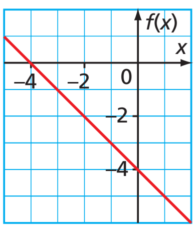
Grahique A



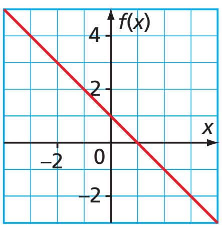
Graphique B



Graphique C



Graphique D



20. Indique le graphique qui correspond à la pente et à l'ordonnée à l'origine données.

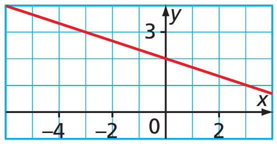
a) pente de 3, ordonnée à l'origine 2

b) pente de $\frac{1}{3}$, ordonnée à l'origine -2

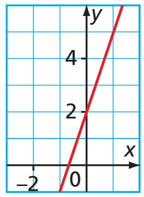
c) pente de -3, ordonnée à l'origine -2

d) pente de $-\frac{1}{3}$, ordonnée à l'origine 2

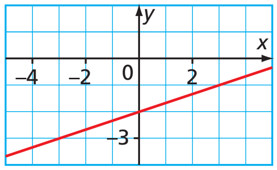
Graphique A



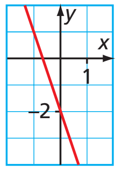
Graphique B



Graphique C



Graphique D



21. Soit les équations suivantes :

$y = -5x - 7$, $y = 5x + 15$,

$y = \frac{1}{5}x + 9$, $y = -\frac{1}{5}x + 15$,

$y = \frac{1}{5}x + 21$, $y = -5x + 13$,

$y = 5x + 24$, $y = -\frac{1}{5}x$

Quelles équations représentent des droites parallèles ? Lequelles représentent des droites perpendiculaires ? Comment le sais-tu ?

C

22. Écris une équation d'une fonction linéaire dont l'ordonnée à l'origine est 4 et l'abscisse à l'origine, 3. Décris les étapes de ta démarche.

23. Une équation d'une droite est $y = \frac{5}{3}x + c$. Détermine la valeur de c afin que la droite passe par le point F(4, −6). Décris ta stratégie.

24. Une droite est définie par $y = mx - \frac{7}{8}$. Détermine la valeur de m sachant que la droite passe par le point E(−3, 5).

Réfléchis Quelle est la relation entre la valeur de m et de b dans l'équation linéaire $y = mx + b$ et le graphique de la fonction correspondante ? Cite un exemple.

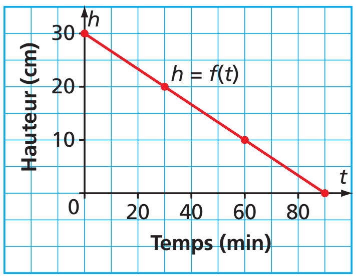
6.5 L'équation sous la forme pente-point d'une fonction linéaire

OBJECTIF DE LA LEÇON

Associer le graphique d'une fonction linéaire à son équation sous la forme pente-point.

Établis des liens

Ce graphique représente la hauteur d'une chandelle allumée en fonction du temps.
Comment écrirais-tu une équation qui décrit ce segment de droite ?
Suppose que tu ne peux pas déterminer l'ordonnée à l'origine.
Comment peux-tu écrire une équation pour ce segment de droite ?

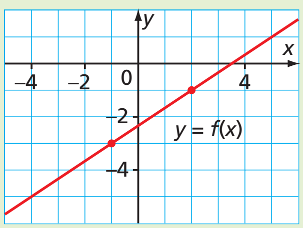


Développe ta compréhension

QU'EN PENSES-TU ?

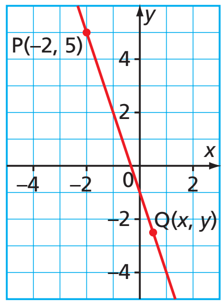
Travaille avec une ou un camarade.

Détermine une équation pour cette droite.
De combien de façons peux-tu le faire ?
Compare ton équation et tes stratégies avec celles de ta ou ton camarade.
Quelle est la stratégie la plus efficace ?



Lorsque tu connais la pente d'une droite et les coordonnées d'un point qui appartient à la droite, tu peux déterminer une équation de la droite à l'aide de la propriété selon laquelle la pente d'une droite est constante.

La droite ci-contre a une pente de -3 et passe par le point $P(-2, 5)$.
À l'aide d'un autre point quelconque $Q(x, y)$ de la droite, on peut écrire l'équation de la pente, m :



$$\text{Pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$m = \frac{y - 5}{x - (-2)}$$

$$m = \frac{y - 5}{x + 2}$$ Remplace m par -3.

$$-3 = \frac{y - 5}{x + 2}$$ Multiplie chaque membre de l'équation par $(x + 2)$.

$$-3(x + 2) = (x + 2)\left(\frac{y - 5}{x + 2}\right)$$ Simplifie le tout.

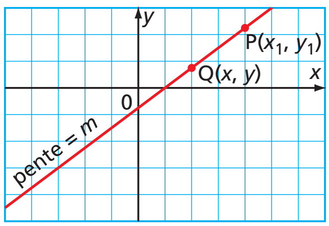
$$-3(x + 2) = y - 5$$

$$y - 5 = -3(x + 2)$$

Cette équation est sous la **forme pente-point** ; elle permet de connaître la pente ainsi qu'un point de la droite.

On peut utiliser cette stratégie pour développer une formule générale de l'équation d'une droite sous la forme pente-point.

La droite suivante a une pente de m et passe par le point $P(x_1, y_1)$.
Le point $Q(x, y)$ appartient aussi à la droite.



La pente de la droite, m, correspond à :

$$m = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$ Multiplie chaque membre de l'équation par $(x - x_1)$.

$$m(x - x_1) = (x - x_1)\left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right)$$ Simplifie le tout.

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

L'équation sous la forme pente-point d'une fonction linéaire

L'équation de la droite de pente m qui passe par le point $P(x_1, y_1)$ est $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Exemple 1 Tracer le graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation sous la forme pente-point

a) Décris le graphique de la fonction linéaire dont l'équation est $y - 2 = \frac{1}{3}(x + 4)$.

b) Représente graphiquement l'équation.

SOLUTION

a) Compare l'équation donnée à l'équation sous la forme pente-point :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 2 = \frac{1}{3}(x + 4)$$

Pour que l'équation corresponde à la forme pente-point, réécris-la afin que les opérations mathématiques soient des soustractions.

$$y - 2 = \frac{1}{3}[x - (-4)]$$
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

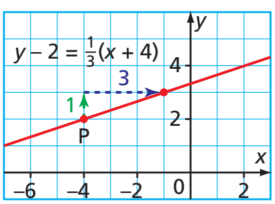
Donc, $y_1 = 2$

$m = \frac{1}{3}$

$x_1 = -4$

Le graphique passe par le point $(-4, 2)$ et a une pente de $\frac{1}{3}$.

b) Trace le point $P(-4, 2)$ dans un plan cartésien et utilise la pente de $\frac{1}{3}$ pour tracer un autre point. Trace la droite qui passe par les deux points.



VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. a) Décris le graphique de la fonction linéaire dont l'équation est $y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$.

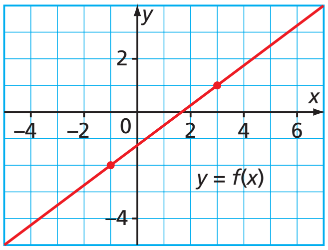
b) Représente graphiquement l'équation.

[Réponse : a) Pente de $-\frac{1}{2}$; la droite passe par le point $(2, -1)$.]

Exemple 2 Écrire une équation pour une droite à partir de sa pente et d'un point qui appartient à la droite

a) Écris une équation sous la forme pente-point pour cette droite.

b) Écris l'équation obtenue en a) sous la forme explicite. Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite ?



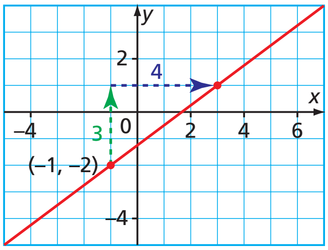
SOLUTION

a) Détermine les coordonnées d'un point de la droite et calcule la pente. Un point a les coordonnées $(-1, -2)$.

Pour calculer la pente, m, utilise :

$$m = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$$m = \frac{3}{4}$$



Utilise la forme pente-point de l'équation :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ Remplace y_1 par -2, x_1 par -1 et m par $\frac{3}{4}$.

$$y - (-2) = \frac{3}{4}[x - (-1)]$$

$$y + 2 = \frac{3}{4}(x + 1)$$

L'équation de la droite sous la forme pente-point est

$$y + 2 = \frac{3}{4}(x + 1).$$

b) $y + 2 = \frac{3}{4}(x + 1)$ Élimine les parenthèses.

$$y + 2 = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$ Isole y.

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} - 2$$ Simplifie le tout.

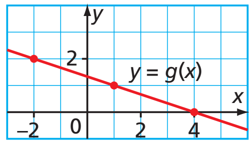
$$y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$$

Sous sa forme explicite, l'équation de la droite est $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$.

D'après cette équation, l'ordonnée à l'origine est $-\frac{5}{4}$.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. a) Écris une équation sous la forme pente-point pour cette droite.



b) Écris l'équation obtenue en a) sous la forme explicite. Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite ?

[Réponses : a) Exemple de réponse : $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$; b) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$; $\frac{4}{3}$]

Un autre point de la droite a les coordonnées (3, 1). Montre que tu obtiens la même équation sous la forme explicite à partir de ces coordonnées.

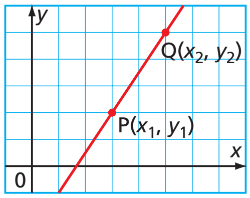
Explique comment la formule générale de la pente d'une droite peut t'aider à te rappeler l'équation $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Tu peux utiliser les coordonnées de deux points qui satisfont une fonction linéaire, $P(x_1, y_1)$ et $Q(x_2, y_2)$, pour écrire une équation de la fonction.

Il y a deux façons d'exprimer la pente du graphique de la fonction :

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \qquad \text{et} \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ainsi, l'équation de la droite peut s'écrire $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.



Exemple 3 Écrire une équation d'une fonction linéaire à partir de deux points de son graphique

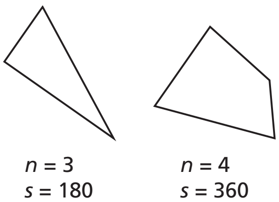
La somme en degrés des angles dans un polygone, *s*, est une fonction linéaire du nombre de côtés, *n*, de ce polygone. La somme des angles dans un triangle est de 180°. La somme des angles dans un quadrilatère est de 360°.

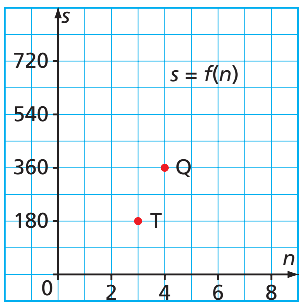
a) Écris une équation linéaire pour représenter cette fonction.

b) À l'aide de l'équation, détermine la somme des angles dans un dodécagone.

SOLUTION

a) $s = f(n)$, donc les points T(3, 180) et Q(4, 360) appartiennent au graphique





Utilise cette forme de l'équation d'une fonction linéaire :

$$\frac{s - s_1}{n - n_1} = \frac{s_2 - s_1}{n_2 - n_1}$$

Remplace s_1 par 180, n_1 par 3, s_2 par 360 et n_2 par 4.

$$\frac{s - 180}{n - 3} = \frac{360 - 180}{4 - 3}$$

Simplifie le tout.

$$\frac{s - 180}{n - 3} = 180$$

Multiplie chaque membre de l'équation par $(n - 3)$.

$$(n - 3)\left(\frac{s - 180}{n - 3}\right) = 180(n - 3)$$

$$s - 180 = 180(n - 3)$$

Tu obtiens l'équation sous la forme pente-point.

Simplifie le tout.

$$s - 180 = 180n - 540$$

$$s = 180n - 360$$

Tu obtiens l'équation sous la forme explicite.

(Suite de la solution à la page suivante)

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

3. La température c, en degrés Celsius, est une fonction linéaire de la température *f*, en degrés Fahrenheit. Le point d'ébullition de l'eau est de 100 °C, ou 212 °F. Le point de congélation de l'eau est de 0 °C, ou 32 °F.

a) Écris une équation linéaire pour représenter cette fonction.

b) À l'aide de l'équation, détermine la température en degrés Celsius du point de fusion du fer, 2 795 °F.

[Réponses : a) $c - 100 = \frac{5}{9}(f - 212)$ ou $c = \frac{5}{9}f - \frac{160}{9}$; b) 1 535 °C]

Pourquoi deux équations peuvent-elles avoir des formes différentes, mais représenter la même fonction linéaire ?

b) Un dodécagone a 12 côtés.

Utilise :

$s = 180n - 360$ Remplace n par 12.

$s = 180(12) - 360$

$s = 1\,800$

La somme des angles dans un dodécagone est égale à 1 800°.

En b), pourquoi est-il logique d'utiliser l'équation sous la forme explicite plutôt que l'équation sous la forme pente-point ?

Exemple 4 Écrire une équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une droite donnée

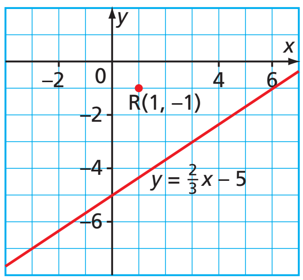
Écris une équation de la droite qui passe par le point R(1, −1) et qui est :

a) parallèle à la droite $y = \frac{2}{3}x - 5$,

b) perpendiculaire à la droite $y = \frac{2}{3}x - 5$.

SOLUTION

Trace la droite d'équation $y = \frac{2}{3}x - 5$ et trace le point R(1, −1).



Compare l'équation $y = \frac{2}{3}x - 5$

avec l'équation $y = mx + b$.

La pente de la droite est de $\frac{2}{3}$.

a) Toute droite qui est parallèle à la droite $y = \frac{2}{3}x - 5$ a une pente de $\frac{2}{3}$.

La droite recherchée passe par le point R(1, −1).

Utilise :

$y - y_1 = m(x - x_1)$ Remplace y_1 par −1, x_1 par 1 et m par $\frac{2}{3}$.

$y - (-1) = \frac{2}{3}(x - 1)$ Simplifie le tout.

$y + 1 = \frac{2}{3}(x - 1)$

La droite qui est parallèle à la droite $y = \frac{2}{3}x - 5$ et qui passe par le point R(1, −1) a pour équation $y + 1 = \frac{2}{3}(x - 1)$.

(Suite de la solution à la page suivante)

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Écris une équation de la droite qui passe par le point S(2, −3) et qui est :

a) parallèle à la droite $y = 3x + 5$,

b) perpendiculaire à la droite $y = 3x + 5$.

[Réponses : a) $y + 3 = 3(x - 2)$; b) $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 2)$]

Quelles autres stratégies peux-tu utiliser pour écrire une équation de chaque droite ?

Écris chaque équation sous la forme explicite.

b) Toute droite qui est perpendiculaire à la droite $y = \frac{2}{3}x - 5$ a une pente qui est l'opposé de l'inverse de $\frac{2}{3}$; autrement dit, la pente de cette droite est de $-\frac{3}{2}$.

La droite recherchée passe par le point R(1, −1).

Utilise :

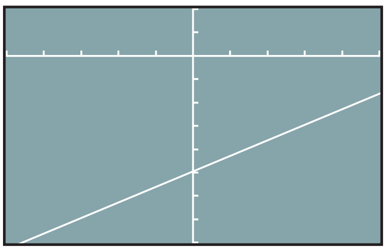
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ Remplace y_1 par −1, x_1 par 1 et m par $-\frac{3}{2}$.

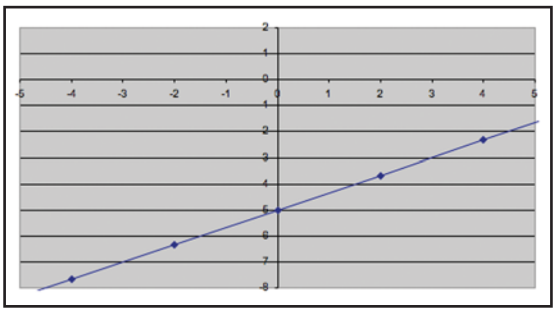
$$y - (-1) = -\frac{3}{2}(x - 1)$$ Simplifie le tout.

$$y + 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$$

La droite qui est perpendiculaire à la droite $y = \frac{2}{3}x - 5$ et qui passe par le point R(1, −1) a pour équation $y + 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$.

Pour tracer le graphique d'une fonction linéaire à l'aide de la technologie, il faut réécrire l'équation de façon à isoler y dans le membre de gauche ; autrement dit, l'équation doit être sous la forme $y = f(x)$. Par conséquent, si une équation est donnée sous la forme pente-point, il faut la réécrire avant de pouvoir en tracer le graphique. Voici le graphique de la partie a) de l'exemple 4, obtenu à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique et d'un ordinateur muni d'un logiciel graphique.





Place à la discussion

1. Comment le fait que la pente d'une droite est constante permet-il d'écrire l'équation d'une droite sous la forme pente-point ?

2. Comment peux-tu esquisser le graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation sous la forme pente-point ?

3. Comment peux-tu écrire l'équation d'une fonction linéaire, sous la forme pente-point, à partir de son graphique ?

Exercices

A

4. Détermine la pente de la droite qui correspond à chaque équation et les coordonnées d'un point de cette droite.

a) $y - 5 = -4(x - 1)$ **b)** $y + 7 = 3(x - 8)$
c) $y + 11 = (x + 15)$ **d)** $y = 5(x - 2)$
e) $y + 6 = \frac{4}{7}(x + 3)$ **f)** $y - 21 = -\frac{8}{5}(x + 16)$

5. Écris une équation du graphique d'une fonction linéaire :

a) dont la pente est de -5 et qui passe par le point P$(-4, 2)$;
b) dont la pente est de 7 et qui passe par le point Q$(6, -8)$;
c) dont la pente est de $-\frac{3}{4}$ et qui passe par le point R$(7, -5)$;
d) dont la pente est de 0 et qui passe par le point S$(3, -8)$.

6. Trace chaque droite.

a) La droite passe par le point T$(-4, 1)$ et a une pente de 3.
b) La droite passe par le point U$(3, -4)$ et a une pente de -2.
c) La droite passe par le point V$(2, 3)$ et a une pente de $-\frac{1}{2}$.
d) La droite a l'abscisse à l'origine -5 et une pente de $\frac{3}{4}$.

B

7. Décris le graphique de la fonction linéaire représentée par chaque équation, puis trace ce graphique.

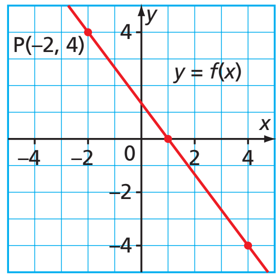
a) $y + 2 = -3(x - 4)$ **b)** $y + 4 = 2(x + 3)$
c) $y - 3 = (x + 5)$ **d)** $y = -(x - 2)$

8. Une droite passe par le point D$(-3, 5)$ et a une pente de -4.

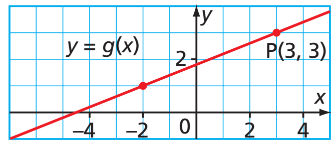
a) Pourquoi l'équation $y - 5 = -4(x + 3)$ décrit-elle cette droite ?
b) Pourquoi l'équation $y = -4x - 7$ décrit-elle cette droite ?

9. **a)** Écris une équation sous la forme pente-point pour chaque droite.

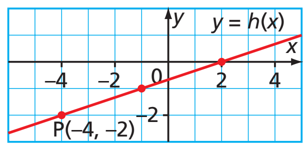
I)



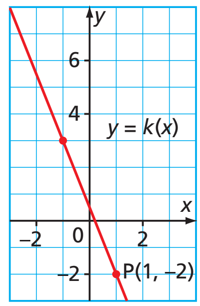
II)



III)



IV)



b) Écris chaque équation trouvée en a) sous la forme explicite, puis détermine les coordonnées à l'origine de chaque graphique.

10. La vitesse du son dans l'air est une fonction linéaire de la température de l'air. Quand la température de l'air est de 10 °C, la vitesse du son est de 337 m/s. Quand la température de l'air est de 30 °C, la vitesse du son est de 349 m/s.

a) Écris une équation linéaire qui représente cette fonction.
b) À l'aide de l'équation, détermine la vitesse du son lorsque la température de l'air est de 0 °C.

11. Écris une équation de la droite qui passe par les points indiqués. Écris chaque équation sous la forme pente-point et sous la forme explicite.

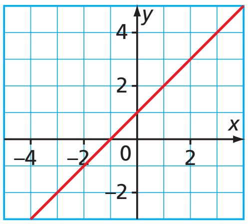
a) B$(-2, -5)$ et C$(1, 1)$
b) Q$(-4, 7)$ et R$(5, -2)$
c) U$(-3, -7)$ et V$(2, 8)$
d) H$(-7, -1)$ et J$(-5, -5)$

12. Associe chaque équation à son graphique. Décris chaque graphique au moyen de sa pente et de son ordonnée à l'origine.

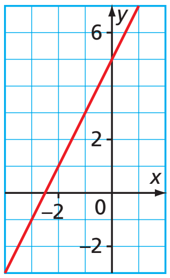
a) $y + 3 = 2(x - 1)$ **b)** $y - 3 = (x - 2)$

c) $y - 3 = 2(x + 1)$ **d)** $y + 3 = -(x + 2)$

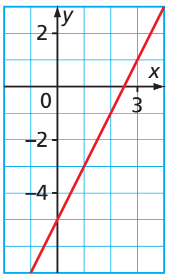
Graphique A



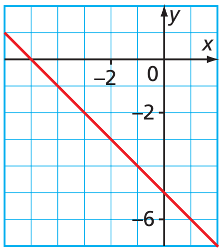
Graphique B



Graphique C



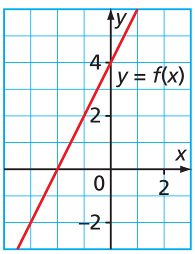
Graphique D



13. Indique les ressemblances et les différences entre le graphique de $y + y_1 = m(x + x_1)$ et le graphique de $y - y_1 = m(x - x_1)$. Inclus des exemples.

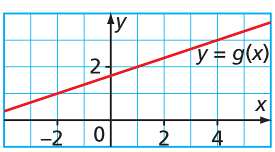
14. Associe chaque graphique à son équation. Justifie tes choix.

a)



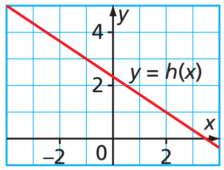
$y + 1 = 2(x - 2)$,
$y + 2 = 2(x - 1)$,
$y - 2 = 2(x + 1)$,
$y + 1 = -2(x - 2)$

b)



$y - 1 = \frac{1}{3}(x - 2)$,
$y + 2 = \frac{1}{3}(x + 1)$,
$y - 1 = 3(x - 2)$,
$y - 2 = \frac{1}{3}(x - 1)$

c)



$y - 1 = \frac{2}{3}(x - 2)$,
$y - 1 = \frac{3}{2}(x - 2)$,
$y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 2)$,
$y - 2 = -\frac{2}{3}(x - 1)$

15. À l'aide d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un ordinateur muni d'un logiciel graphique, trace le graphique de chaque équation. Esquisse ou imprime le graphique obtenu. Écris une marche à suivre qui permettrait à une ou un autre élève de produire le même graphique.

a) $y + \frac{2}{7} = \frac{3}{8}(x - 5)$

b) $y - \frac{10}{3} = -\frac{2}{9}(x + 11)$

c) $y + 1{,}4 = 0{,}375(x + 4)$

d) $y - 2{,}35 = -0{,}5(x - 6{,}3)$

16. Dans le cadre d'une expérience scientifique, Chloé verse du liquide dans un cylindre gradué, puis elle mesure la masse du cylindre et du liquide. Voici les données de Chloé.

Volume du liquide (mL)	Masse du cylindre et du liquide (g)
10	38,9
20	51,5

a) Si tu représentes graphiquement ces données, quelle sera la pente de la droite et que représente-t-elle ?

b) Choisis des variables pour représenter le volume du liquide et la masse du cylindre et du liquide. Écris une équation de la relation entre ces variables.

c) À l'aide de ton équation, détermine la masse du cylindre et du liquide quand le volume du liquide est de 30 mL.

d) Chloé a oublié de noter la masse du cylindre gradué vide. Détermine cette masse. Explique ta stratégie.

17. En 2005, la société Potash Corporation of Saskatchewan a vendu 8,2 millions de tonnes de potasse. En 2007, en raison d'une demande accrue, la société en a vendu 9,4 millions de tonnes. Suppose que la masse de potasse vendue varie de façon linéaire en fonction du temps.

a) Écris une équation qui décrit la masse de potasse en fonction du temps, en années, depuis 2005. Explique ta stratégie.

b) Prédis à combien s'élèveront les ventes de potasse en 2010 et en 2015. Quelles suppositions as-tu faites ?

18. En Alberta, la population étudiante des écoles francophones a augmenté d'environ 198 élèves par année de janvier 2001 à janvier 2006. En janvier 2003, il y avait environ 3 470 élèves inscrits dans les écoles francophones.

a) Écris une équation sous la forme pente-point qui représente le nombre d'élèves inscrits dans les écoles francophones en fonction du nombre d'années écoulées depuis 2001.

b) Estime combien d'élèves fréquentaient les écoles francophones en janvier 2005 selon l'équation que tu as écrite en a). Vérifie ta réponse à l'aide d'une stratégie différente.

19. Une droite passe par les points G$(-3, 11)$ et H$(4, -3)$.

a) Détermine la pente de la droite GH.

b) Écris une équation de la droite GH à partir du point G et de la pente.

c) Écris une équation de la droite GH à partir du point H et de la pente.

d) Vérifie que les deux équations sont équivalentes. Quelle stratégie as-tu utilisée ? Quelle autre stratégie pourrais-tu utiliser pour vérifier que les deux équations sont équivalentes ?

20. a) Écris une équation de la droite qui passe par le point D$(-5, -3)$ et qui est :

I) parallèle à la droite $y = -\frac{4}{3}x + 1$,

II) perpendiculaire à la droite $y = -\frac{4}{3}x + 1$.

b) Compare tes équations en a). Quelles sont les ressemblances ? Quelles sont les différences ?

21. Écris une équation de la droite qui passe par le point C$(1, -2)$ et qui est :

a) parallèle à la droite $y = 2x + 3$,

b) perpendiculaire à la droite $y = 2x + 3$.

22. Écris une équation de la droite qui passe par le point E$(2, 6)$ et qui est :

a) parallèle à la droite $y - 3 = -\frac{5}{2}(x + 2)$,

b) perpendiculaire à la droite $y - 3 = -\frac{5}{2}(x + 2)$.

Comment sais-tu que tes équations sont justes ?

23. Écris une équation de chaque droite.

a) La droite a l'abscisse à l'origine 4 et est parallèle à la droite d'équation $y = \frac{3}{5}x - 7$.

b) La droite passe par le point F$(4, -1)$ et est perpendiculaire à la droite dont l'abscisse à l'origine est -3 et l'ordonnée à l'origine, 6.

24. Deux droites perpendiculaires se coupent sur l'axe des y. Une des droites a comme équation $y - 3 = \frac{2}{9}(x + 5)$. Quelle est l'équation de l'autre droite ?

25. Deux droites perpendiculaires se coupent au point K$(-2, -5)$. Une des droites a comme équation $y = -\frac{5}{3}x - \frac{25}{3}$.
Quelle est l'équation de l'autre droite ?

C

26. Deux droites perpendiculaires se coupent au point M$(3, 5)$. Quelles peuvent être leurs équations ? Combien de paires d'équations possibles y a-t-il ?

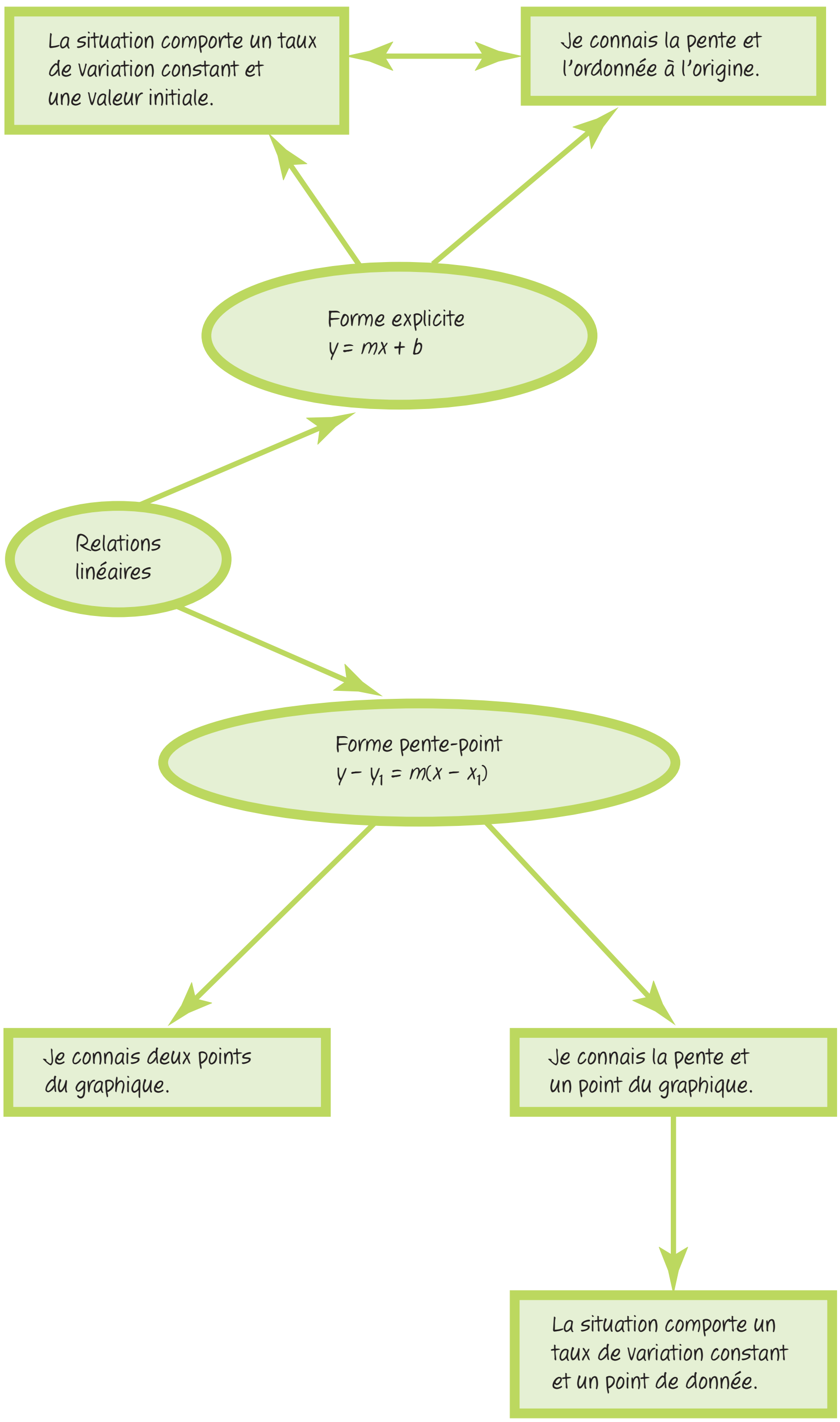
27. La forme explicite de l'équation d'une droite est un cas particulier de la forme pente-point, où le point choisi est l'ordonnée à l'origine. À partir de la forme pente-point de l'équation d'une droite, montre que l'équation d'une droite de pente m qui coupe l'axe des y en b est $y = mx + b$.

Réfléchis

Quelle est la différence entre la forme pente-point de l'équation d'une droite et sa forme explicite ? Comment utilises-tu chaque forme pour tracer le graphique d'une fonction linéaire ? Cite des exemples.

PAUSE VÉRIFICATION 2

Liens



Présentation des concepts

- **Dans la leçon 6.3 :**
  – tu as observé, à l'aide d'outils technologiques, l'effet de modifications des constantes m et b de l'équation $y = mx + b$ sur le graphique de la fonction.

- **Dans la leçon 6.4 :**
  – tu as écrit l'équation d'une fonction linéaire sous la forme explicite à partir de la pente et de l'ordonnée à l'origine du graphique ;
  – tu as tracé le graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation sous la forme explicite ;
  – tu as écrit une équation sous la forme explicite à partir du graphique d'une fonction linéaire.

- **Dans la leçon 6.5 :**
  – tu as développé la forme pente-point de l'équation d'une fonction linéaire ;
  – tu as tracé le graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation sous la forme pente-point ;
  – tu as écrit l'équation d'une fonction linéaire après avoir déterminé la pente de son graphique et les coordonnées d'un point appartenant au graphique ;
  – tu as écrit l'équation d'une fonction linéaire à partir des coordonnées de deux points du graphique ;
  – tu as transformé l'équation d'une fonction linéaire de la forme pente-point à la forme explicite.

Évalue ta compréhension

6.3

1. Soit l'équation $y = \frac{3}{2}x - 4$.

a) Trace le graphique correspondant à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un ordinateur muni d'un logiciel graphique.

b) Explique comment tu peux modifier l'équation pour accroître la pente de la droite, puis la réduire. Fais la modification.

c) Explique comment tu peux modifier l'équation pour accroître l'ordonnée à l'origine de la droite, puis la réduire. Fais la modification.

Esquisse ou imprime chaque graphique obtenu.

6.4

2. Ce graphique représente la randonnée d'Éric en motoneige.

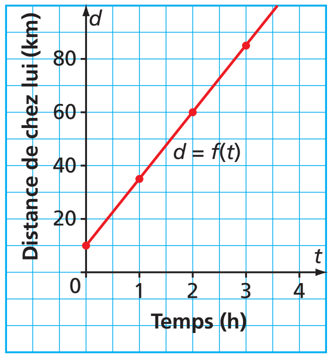
a) Détermine la pente et l'ordonnée à l'origine. Que représentent ces nombres ?

b) Écris une équation qui représente le graphique, puis vérifie-la.

c) Réponds aux questions suivantes à l'aide de l'équation.

I) À quelle distance de chez lui Éric se trouve-t-il après $2\frac{1}{4}$ heures de randonnée ?

II) Combien de temps Éric met-il à s'éloigner de 45 km de chez lui ?



6.5

3. Trace chaque droite. Explique ta stratégie.

a) $y + 2 = 3(x - 4)$

b) $y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 6)$

c) La droite passe par les points D$(-4, 7)$ et E$(6, -1)$.

d) La droite passe par le point F$(4, -3)$ et est perpendiculaire à la droite d'équation $y + 4 = 2(x + 2)$.

e) La droite passe par le point G$(-7, -2)$ et est parallèle à la droite dont l'abscisse à l'origine est 5 et l'ordonnée à l'origine, 3.

4. Une droite a une pente de 2 et l'ordonnée à l'origine 3.

a) Écris une équation de cette droite sous la forme explicite.

b) Écris une équation de cette droite sous la forme pente-point.

c) Compare les deux équations. Quelles sont les ressemblances ? Quelles sont les différences ?

6.6 L'équation sous la forme générale d'une relation linéaire

OBJECTIF DE LA LEÇON

Associer le graphique d'une fonction linéaire à son équation sous la forme générale.

Établis des liens

Une équipe mixte de balle molle peut envoyer n'importe quelle combinaison de 9 joueurs sur le terrain. Il doit cependant toujours y avoir au moins une femme et un homme sur le terrain. Quelles sont les combinaisons possibles de joueurs féminins et masculins sur le terrain ?

Développe ta compréhension

FAIS UN ESSAI

Travaille avec une ou un camarade.

Hélène travaille dans une usine de meubles. Elle assemble une table en 30 minutes et une chaise en 15 minutes. Hélène travaille 8 heures par jour, sans compter ses repas et ses pauses.

A. Construis une table de valeurs pour représenter le nombre de tables et de chaises qu'Hélène peut assembler en une journée.

Nombre de tables	Nombre de chaises

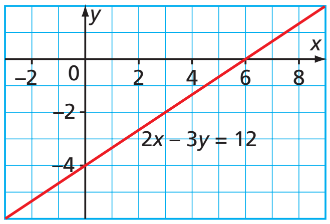
B. Représente graphiquement les données. Utilise la technologie si c'est possible. Décris le graphique. Quel type de relation as-tu représenté ? Comment le sais-tu ?

C. Que représentent les coordonnées à l'origine ?

D. Choisis des variables pour représenter le nombre de tables et le nombre de chaises. Écris une équation qui décrit ton graphique.

E. Suppose que tu intervertis les colonnes de la table de valeurs, puis que tu traces un nouveau graphique. Qu'est-ce qui change dans le graphique ? Qu'est-ce qui change dans l'équation ?

Le graphique suivant est décrit par l'équation $2x - 3y = 12$.



L'équation $2x - 3y = 12$ est écrite sous la *forme standard.*
Les coefficients et les termes constants sont des nombres entiers.
Les termes en x et en y sont dans le membre de gauche de l'équation, et le terme constant est dans le membre de droite.
On peut amener le terme constant dans le membre de gauche de l'équation :

$$2x - 3y = 12$$
$$2x - 3y - 12 = 12 - 12$$
$$2x - 3y - 12 = 0$$

L'équation obtenue est sous la **forme générale.**

Quelles valeurs de A, de B et de C produisent une droite verticale ? Lesquelles produisent une droite horizontale ?

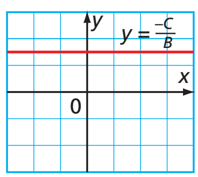
L'équation sous la forme générale d'une relation linéaire

$Ax + By + C = 0$ est la forme générale de l'équation d'une droite, où A est un nombre naturel et B et C sont des nombres entiers.

Examine ce qui arrive à la forme générale de l'équation dans deux cas particuliers.

- Lorsque $A = 0$:
  $Ax + By + C = 0$ devient

$$By + C = 0 \quad \text{Isole } y.$$
$$By = -C \quad \text{Divise chaque membre de l'équation par } B.$$
$$y = \frac{-C}{B}$$



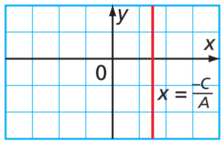
$\frac{-C}{B}$ est une constante, et le graphique de $y = \frac{-C}{B}$ est une droite horizontale.

- Lorsque $B = 0$:
  $Ax + By + C = 0$ devient

$$Ax + C = 0$$ Isole x.

$$Ax = -C$$ Divise chaque membre de l'équation par A.

$$x = \frac{-C}{A}$$



$\frac{-C}{A}$ est une constante, et le graphique de $x = \frac{-C}{A}$ est une droite verticale.

Exemple 1 Réécrire une équation sous la forme générale

Écris chaque équation sous la forme générale.

a) $y = -\frac{2}{3}x + 4$ **b)** $y - 1 = \frac{3}{5}(x + 2)$

SOLUTION

a)

$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$ Multiplie chaque membre de l'équation par 3.

$$3y = 3\left(-\frac{2}{3}x + 4\right)$$ Élimine les parenthèses.

$$3y = 3\left(-\frac{2}{3}x\right) + 3(4)$$

$$3y = -2x + 12$$ Regroupe tous les termes dans le membre de gauche.

$$2x + 3y - 12 = 0$$ Voici l'équation sous la forme générale.

b)

$$y - 1 = \frac{3}{5}(x + 2)$$ Multiplie chaque membre de l'équation par 5.

$$5(y - 1) = 5\left(\frac{3}{5}\right)(x + 2)$$ Élimine les parenthèses.

$$5y - 5 = 3(x + 2)$$

$$5y - 5 = 3x + 6$$ Regroupe les termes semblables.

$$5y = 3x + 11$$ Regroupe tous les termes dans le membre de droite.

$$0 = 3x - 5y + 11$$

L'équation sous la forme générale est $3x - 5y + 11 = 0$.

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

1. Écris chaque équation sous la forme générale.

a) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

b) $y + 2 = \frac{3}{2}(x - 4)$

[Réponses : a) $x + 4y - 12 = 0$; b) $3x - 2y - 16 = 0$]

Pourquoi as-tu regroupé les termes dans un membre différent pour chaque équation ?

Les termes de l'équation d'une droite sous la forme générale peuvent-ils être tous positifs ? Peuvent-ils être tous négatifs ? Justifie ta réponse.

Exemple 2 Tracer une droite à partir de son équation sous la forme générale

a) Détermine les coordonnées à l'origine de la droite d'équation $3x + 2y - 18 = 0$.

b) Trace la droite.

c) Vérifie ton graphique.

SOLUTION

a) Pour déterminer l'abscisse à l'origine :

$$\begin{aligned} 3x + 2y - 18 &= 0 && \text{Remplace } y \text{ par 0.} \\ 3x + 2(0) - 18 &= 0 && \text{Résous l'équation.} \\ 3x &= 18 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{18}{3} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

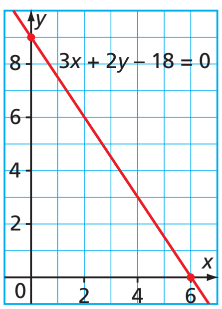
L'abscisse à l'origine est 6 et correspond au point (6, 0).

Pour déterminer l'ordonnée à l'origine :

$$\begin{aligned} 3x + 2y - 18 &= 0 && \text{Remplace } x \text{ par 0.} \\ 3(0) + 2y - 18 &= 0 && \text{Résous l'équation.} \\ 2y &= 18 \\ \frac{2y}{2} &= \frac{18}{2} \\ y &= 9 \end{aligned}$$

L'ordonnée à l'origine est 9 et correspond au point (0, 9).

b) Dans un plan cartésien, trace les points qui correspondent aux coordonnées à l'origine. Trace une droite qui passe par ces deux points.



(Suite de la solution à la page suivante)

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

2. **a)** Détermine les coordonnées à l'origine de la droite d'équation $x + 3y + 9 = 0$.

b) Trace la droite.

c) Vérifie ton graphique.

[Réponse : a) -9, -3]

Pourquoi est-ce une bonne idée de vérifier le graphique quand tu le traces à l'aide des coordonnées à l'origine ?

c) Le point T(2, 6) semble appartenir à la droite.
Vérifie que T(2, 6) satisfait l'équation de la droite.
Remplace x par 2 et y par 6 dans l'équation $3x + 2y - 18 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{M.G.} &= 3x + 2y - 18 \\ &= 3(2) + 2(6) - 18 \\ &= 6 + 12 - 18 \\ &= 0 \end{aligned} \qquad \text{M.D.} = 0$$

Puisque le membre de gauche est égal au membre de droite, le point T(2, 6) satisfait l'équation et le graphique est probablement bon.

Exemple 3 Déterminer la pente d'une droite à partir de son équation sous la forme générale

Détermine la pente de la droite d'équation $3x - 2y - 16 = 0$.

SOLUTION

Réécris l'équation sous la forme explicite.

$$\begin{aligned} 3x - 2y - 16 &= 0 && \text{Isole } y\text{. Soustrais } 3x \text{ de chaque membre.} \\ -2y - 16 &= -3x && \text{Ajoute 16 à chaque membre.} \\ -2y &= -3x + 16 && \text{Divise chaque membre par } -2. \\ y &= \frac{-3x}{-2} + \frac{16}{-2} \\ y &= \frac{3}{2}x - 8 \end{aligned}$$

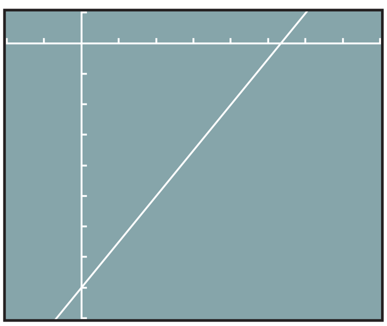
Selon cette équation, la pente de la droite est de $\frac{3}{2}$.

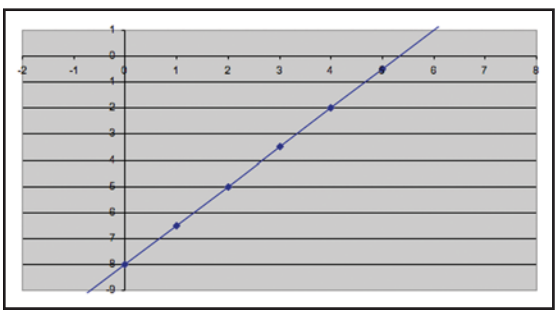
VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

3. Détermine la pente de la droite d'équation $5x - 2y + 12 = 0$.

[Réponse : $\frac{5}{2}$]

Lorsqu'une équation est sous la forme générale, il faut la réécrire sous la forme $y = f(x)$ avant de tracer son graphique à l'aide de la technologie. Voici la droite de l'exemple 3, obtenue à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique et d'un ordinateur muni d'un logiciel graphique.





Exemple 4 — Déterminer une équation à partir de données représentées graphiquement

Des arachides coûtent 2 \$ les 100 g et des raisins secs coûtent 1 \$ les 100 g. Renée a 10 \$ pour acheter des arachides et des raisins.

a) Génère des données pour cette relation.

b) Représente graphiquement les données.

c) Écris une équation de la relation sous la forme générale.

d) I) Renée paiera-t-elle exactement 10 \$ si elle achète 300 g d'arachides et 400 g de raisins secs?

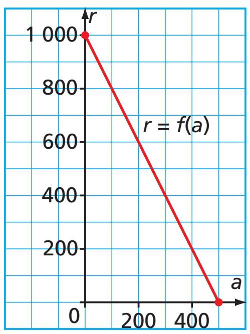
II) Renée paiera-t-elle exactement 10 \$ si elle achète 400 g d'arachides et 300 g de raisins secs?

Justifie tes réponses à l'aide du graphique et de l'équation.

SOLUTION

a) Si Renée achète uniquement des arachides à 2 \$ les 100 g, elle peut en acheter 500 g. Si Renée achète uniquement des raisins secs à 1 \$ les 100 g, elle peut en acheter 1 000 g. Si Renée achète 200 g d'arachides, elle paie 4 \$; elle peut alors obtenir 600 g de raisins secs pour 6 \$.

Masse d'arachides, *a* (g)	Masse de raisins secs, *r* (g)
500	0
0	1 000
200	600



b) Relie les points, car Renée peut acheter n'importe quelle masse.

c) Choisis deux points de la droite, (500, 0) et (0, 1 000), et détermine l'équation sous la forme pente-point:

$$\frac{r - r_1}{a - a_1} = \frac{r_2 - r_1}{a_2 - a_1}$$

Remplace r_1 par 0, a_1 par 500, r_2 par 1 000 et a_2 par 0.

$$\frac{r - 0}{a - 500} = \frac{1\,000 - 0}{0 - 500}$$

$$\frac{r}{a - 500} = -2$$

Multiplie chaque membre de l'équation par $(a - 500)$.

$$r = -2(a - 500)$$

$$r = -2a + 1\,000$$

Regroupe tous les termes dans le membre de gauche.

$$2a + r - 1\,000 = 0$$

(Suite de la solution à la page suivante)

VÉRIFIE TA COMPRÉHENSION

4. Akeego confectionne une chemise avec du ruban. Elle a 60 cm de ruban qu'elle va couper en 5 bouts de 2 longueurs différentes: 2 bouts de ruban auront la même longueur et les 3 autres bouts auront la même longueur.

a) Génère quelques données pour cette relation qui montrent les longueurs possibles des bouts de ruban.

b) Représente graphiquement les données.

c) Écris une équation de la relation sous la forme générale.

d) I) Est-il possible que 2 bouts de ruban mesurent 18 cm et que 3 bouts de ruban mesurent 3 cm?

II) Est-il possible que 2 bouts de ruban mesurent 3 cm et que 3 bouts de ruban mesurent 18 cm?

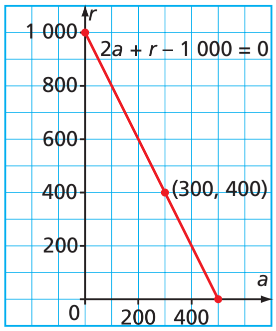
Justifie tes réponses à l'aide du graphique et de l'équation.

[Exemples de réponses: a) (2, 27), (4, 24), (6, 21); c) $3x + 2y - 60 = 0$; d) I) non, II) oui]

Quelles autres stratégies peux-tu utiliser pour déterminer l'équation de la droite?

Suppose que tu intervertis les coordonnées à l'origine et que tu traces le graphique de $a = f(r)$. Qu'est-ce qui change dans le graphique? Qu'est-ce qui change dans l'équation?

d) I) À l'aide du graphique, détermine si Renée paiera exactement 10 $ si elle achète 300 g d'arachides et 400 g de raisins secs.
L'achat de 300 g d'arachides et de 400 g de raisins secs correspond au point (300, 400).
Trace ce point dans le plan cartésien.
Puisqu'il appartient à la droite, Renée peut acheter ces masses d'arachides et de raisins secs.

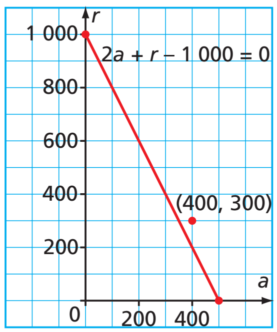


Vérifie si le point (300, 400) satisfait l'équation $2a + r - 1\ 000 = 0$.
Remplace a par 300 et r par 400.

$$\begin{aligned} \text{M.G.} &= 2a + r - 1\ 000 \\ &= 2(300) + 400 - 1\ 000 \\ &= 0 \end{aligned} \qquad \text{M.D.} = 0$$

Étant donné que le membre de gauche est égal au membre de droite, le point (300, 400) satisfait l'équation.

II) À l'aide du graphique, détermine si Renée paiera exactement 10 $ si elle achète 400 g d'arachides et 300 g de raisins secs.
L'achat de 400 g d'arachides et de 300 g de raisins secs correspond au point (400, 300).
Trace ce point dans le plan cartésien.
Puisqu'il n'appartient pas à la droite, Renée ne peut pas acheter ces masses d'arachides et de raisins secs.



Vérifie si le point (400, 300) satisfait l'équation $2a + r - 1\ 000 = 0$.
Remplace a par 400 et r par 300.

$$\begin{aligned} \text{M.G.} &= 2a + r - 1\ 000 \\ &= 2(400) + 300 - 1\ 000 \\ &= 100 \end{aligned} \qquad \text{M.D.} = 0$$

Étant donné que le membre de gauche n'est pas égal au membre de droite, le point (400, 300) ne satisfait pas l'équation.

Place à la discussion

1. Indique les étapes à suivre pour esquisser le graphique d'une relation linéaire exprimée sous la forme générale.

2. Est-il plus facile de tracer le graphique d'une relation linéaire à partir de son équation sous la forme générale ou sous la forme explicite ? Justifie ton opinion à l'aide d'exemples.

3. Une équation sous la forme générale peut être réécrite sous la forme explicite. En quoi le processus ressemble-t-il à la résolution d'une équation linéaire ?

Exercices

A

4. Sous quelle forme chaque équation est-elle écrite?
a) $8x - 3y = 52$ **b)** $9x + 4y + 21 = 0$
c) $y = 4x + 7$ **d)** $y - 3 = 5(x + 7)$

5. Détermine les coordonnées à l'origine du graphique de chaque équation.
a) $8x - 3y = 24$ **b)** $7x + 8y = 56$
c) $4x - 11y = 88$ **d)** $2x - 9y = 27$

6. Écris chaque équation sous la forme générale.
a) $4x + 3y = 36$ **b)** $2x - y = 7$
c) $y = -2x + 6$ **d)** $y = 5x - 1$

7. Trace chaque droite.
a) L'abscisse à l'origine est 2 et l'ordonnée à l'origine est -3.
b) L'abscisse à l'origine est -6 et l'ordonnée à l'origine est 2.

B

8. a) Explique comment tu sais que chaque équation n'est pas écrite sous la forme générale.
i) $-2x + 3y + 42 = 0$
ii) $4y - 5x = 100$
iii) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + 1 = 0$
iv) $5y + 9x - 20 = 0$
b) Écris chaque équation en a) sous la forme générale.

9. Pour chaque équation :
i) détermine les coordonnées à l'origine du graphique ;
ii) trace le graphique ;
iii) vérifie le graphique.
a) $3x - 4y = 24$ **b)** $6x - 5y = -60$
c) $3x - 2y = 24$ **d)** $5x - y = 10$

10. Deux nombres, f et s, ont une somme de 12.
a) Génère des données pour cette relation.
b) Représente graphiquement les données. Devrais-tu relier les points? Justifie ta réponse.
c) Écris une équation de la relation entre f et s sous la forme générale.
d) À partir du graphique, nomme 6 paires de nombres entiers dont la somme est 12.

11. Rebecca fait des barres Nanaimo et les vend. Elle utilise des plaques à cuisson qui contiennent 12 barres ou 36 barres. Elle reçoit une commande de 504 barres.
a) Génère des données pour cette relation, puis représente-les graphiquement.
b) Choisis une lettre pour chaque variable, puis écris une équation de la relation.

12. Écris chaque équation sous la forme explicite.
a) $4x + 3y - 24 = 0$ **b)** $3x - 8y + 12 = 0$
c) $2x - 5y - 15 = 0$ **d)** $7x + 3y + 10 = 0$

13. Détermine la pente de chaque droite. Dans chaque cas, explique ta stratégie.
a) $4x + y - 10 = 0$ **b)** $3x - y + 33 = 0$
c) $5x - y + 45 = 0$ **d)** $10x + 2y - 16 = 0$

14. Trace chaque droite sur du papier quadrillé. Dans chaque cas, explique ta stratégie.
a) $x - 2y + 10 = 0$ **b)** $2x + 3y - 15 = 0$
c) $7x + 4y + 4 = 0$ **d)** $6x - 10y + 15 = 0$

15. Le tuyau d'un aspirateur central doit avoir 96 pi de longueur. Il est formé de s tuyaux de 6 pi et de h tuyaux de 8 pi. Cette relation est décrite par l'équation $6s + 8h = 96$.
a) S'il y a 4 tuyaux de 6 pi, combien de tuyaux de 8 pi faut-il?
b) S'il y a 3 tuyaux de 8 pi, combien de tuyaux de 6 pi faut-il?
c) Est-il possible d'utiliser 3 tuyaux de 6 pi? Justifie ta réponse.
d) Est-il possible d'utiliser 4 tuyaux de 8 pi? Justifie ta réponse.

16. Pascal accumule ses pièces de 1 \$ et de 2 \$. Il a 24 \$.
a) Génère des données pour cette relation.
b) Représente graphiquement les données. Devrais-tu relier les points? Justifie ta réponse.
c) Écris une équation qui relie les variables. Justifie la forme d'équation choisie.
d) i) Pascal peut-il avoir 6 pièces de 2 \$ et 8 pièces de 1 \$?
ii) Pascal peut-il avoir 6 pièces de 1 \$ et 8 pièces de 2 \$?
Justifie tes réponses à l'aide du graphique et de l'équation.

17. Trace le graphique de chaque équation à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un ordinateur muni d'un logiciel graphique. Esquisse ou imprime le graphique obtenu.

a) $x - 22y - 15 = 0$ **b)** $15x + 13y - 29 = 0$

c) $33x + 2y + 18 = 0$ **d)** $34x - y + 40 = 0$

18. Écris chaque équation sous la forme générale.

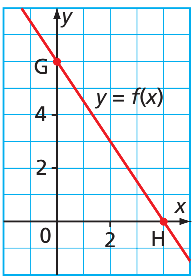
a) $y = \frac{1}{3}x - 4$ **b)** $y - 2 = \frac{1}{3}(x + 5)$

c) $y + 3 = -\frac{1}{4}(x - 1)$ **d)** $y = -\frac{3}{2}x + \frac{4}{3}$

19. Choisis une équation de la question 18. Écris-la sous deux autres formes. Trace le graphique de la fonction à partir des trois formes de l'équation. Compare les graphiques.

20. Décris le graphique de $Ax + Bx + C = 0$ lorsque $C = 0$. Inclus une esquisse.

21. a) Quelle relation y a-t-il entre les coordonnées à l'origine de la droite suivante et sa pente? Justifie ta réponse.

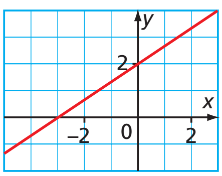


b) La relation décrite en a) est-elle vraie pour toutes les droites? Explique comment tu le sais.

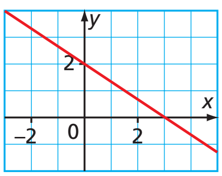
22. Associe chaque équation à son graphique. Justifie tes réponses.

a) $2x + 3y - 6 = 0$ **b)** $2x - 3y + 6 = 0$

Graphique A



Graphique B



23. a) Pourquoi ne peux-tu pas utiliser les coordonnées à l'origine pour tracer le graphique de l'équation $4x - y = 0$?

b) Utilise une autre stratégie pour tracer le graphique de l'équation. Explique ce que tu fais.

24. Parmi ces équations, lesquelles sont équivalentes? Comment le sais-tu?

a) $y = 3x + 6$ **b)** $2x - 3y - 3 = 0$

c) $y - 2 = \frac{2}{3}(x - 2)$ **d)** $3x - y - 6 = 0$

e) $y = \frac{2}{3}x - 1$ **f)** $y - 3 = 3(x - 3)$

g) $y - 1 = \frac{2}{3}(x - 3)$ **h)** $y + 3 = 3(x - 1)$

25. a) Écris une équation linéaire sous la forme générale qu'il serait difficile de représenter graphiquement à partir des coordonnées à l'origine. Pourquoi est-ce difficile?

b) Utilise une autre stratégie pour tracer le graphique de l'équation. Comment ta stratégie t'aide-t-elle à tracer le graphique?

C

26. Si l'équation d'une droite ne peut pas s'écrire sous la forme générale, elle ne représente pas une fonction linéaire. Écris chaque équation sous la forme générale, si possible. Indique si l'équation représente une fonction linéaire.

a) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ **b)** $y = \frac{10}{x}$

c) $y = 2x(x + 4)$ **d)** $y = \frac{x + y}{4} + 2$

27. Si tu connais les coordonnées à l'origine d'une droite, comment peux-tu écrire une équation de cette droite sans déterminer la pente? Décris ta stratégie à l'aide de la droite qui a l'abscisse à l'origine 5 et l'ordonnée à l'origine -3.

28. La forme générale de l'équation d'une droite est $Ax + By + C = 0$.

a) Écris une expression de la pente de la droite en fonction de A, de B et de C.

b) Écris une expression de l'ordonnée à l'origine en fonction de A, de B et de C.

Réfléchis

Décris une situation qu'il est possible de représenter à l'aide de l'équation d'une relation linéaire sous la forme générale. Montre que les différentes formes de cette équation correspondent au même graphique.

AIDE-MÉMOIRE

RÉSUMÉ DES CONCEPTS

Concepts clés	Applications
■ Le graphique d'une fonction linéaire est une droite non verticale de pente constante.	Ce que cela signifie en pratique : ■ La pente d'une droite est égale à la pente de tout segment de cette droite. ■ Quand on connaît la pente d'une droite, on connaît aussi la pente d'une droite parallèle ou perpendiculaire à cette droite.
■ Certaines formes de l'équation d'une fonction linéaire indiquent la pente et l'ordonnée à l'origine du graphique ou la pente et les coordonnées d'un point du graphique.	■ Quand l'équation est sous la forme $y = mx + b$, la pente de la droite correspond à m et l'ordonnée à l'origine, à b. ■ Quand l'équation est sous la forme $y - y_1 = m(x - x_1)$, la pente de la droite est égale à m et un point de la droite a les coordonnées (x_1, y_1). ■ Toute équation peut s'écrire sous la forme générale $Ax + By + C = 0$, où A est un nombre naturel, et B et C sont des nombres entiers.

Retour sur le chapitre

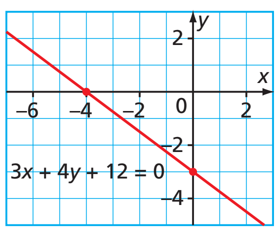
- Que dois-tu connaître au sujet d'une fonction linéaire pour pouvoir écrire une équation qui la représente ? Cite des exemples.
- Pour chaque forme de l'équation d'une fonction linéaire, décris comment tu tracerais le graphique.

L'UNIVERS DES MATHS

Le monde du travail : Le marketing

Le marketing est l'étude des besoins des consommateurs et de leur comportement d'achat. Pour réussir, une entreprise doit s'assurer que son produit répond aux besoins des consommateurs et qu'elle peut le vendre à un prix qui lui permet de réaliser des bénéfices. Pour comprendre le marché, les entreprises procèdent à des études et analysent les données afin de faire des prédictions. Souvent, ces données servent à produire des modèles linéaires utiles pour résoudre des problèmes.

RÉSUMÉ DES HABILETÉS

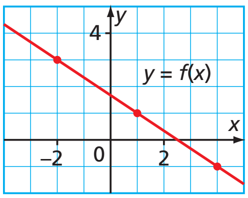
Habiletés	Description	Exemple
Déterminer la pente d'une droite et reconnaître des droites parallèles et des droites perpendiculaires. [6.1, 6.2]	Une droite qui passe par les points $P(x_1, y_1)$ et $Q(x_2, y_2)$ a une pente m telle que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.	Pour $P(-2, 4)$ et $Q(2, -1)$, $m = \frac{-1 - 4}{2 - (-2)}$ ou $-\frac{5}{4}$. La pente d'une droite parallèle à PQ est de $-\frac{5}{4}$. La pente d'une droite perpendiculaire à PQ est de $\frac{4}{5}$.
Écrire l'équation d'une droite sous la forme explicite. [6.4]	Une droite de pente m dont l'ordonnée à l'origine est b a pour équation $y = mx + b$.	Une droite dont la pente est de $-\frac{5}{4}$ et dont l'ordonnée à l'origine est 3 a pour équation $y = -\frac{5}{4}x + 3$.
Écrire l'équation d'une droite sous la forme pente-point. [6.5]	Une droite de pente m qui passe par le point $P(x_1, y_1)$ a pour équation $y - y_1 = m(x - x_1)$.	Une droite dont la pente est de $\frac{4}{5}$ et qui passe par le point $P(-2, 4)$ a pour équation $y - 4 = \frac{4}{5}(x - (-2))$ ou $y - 4 = \frac{4}{5}(x + 2)$.
Tracer le graphique d'une relation linéaire à partir de l'équation sous la forme générale. [6.6]	La forme générale de l'équation est $Ax + By + C = 0$. Pour déterminer les coordonnées à l'origine : remplace x par 0 et résous l'équation ; puis remplace y par 0 et résous l'équation. Trace les points correspondants sur les axes, puis trace la droite qui passe par ces deux points.	Soit la droite d'équation $3x + 4y + 12 = 0$. Détermine l'ordonnée à l'origine : $3(0) + 4y + 12 = 0$, $4y = -12$, $y = -3$. Détermine l'abscisse à l'origine : $3x + 4(0) + 12 = 0$, $3x = -12$, $x = -4$. 

RÉVISION

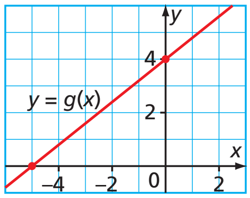
6.1

1. Détermine la pente de chaque droite.

a)



b)



2. Indique si la pente de chaque droite est positive, négative, nulle ou non définie. Justifie tes réponses.

a) Quand x augmente de 3, y diminue de 2.

b) La droite a une abscisse à l'origine négative et une ordonnée à l'origine négative.

c) La droite a une ordonnée à l'origine, mais n'a pas d'abscisse à l'origine.

3. Une droite passe par le point A$(-3, 1)$. Pour chaque pente indiquée :

I) trace la droite qui a cette pente et qui passe par le point A ;

II) indique les coordonnées de 3 autres points appartenant à la droite.

a) -1 **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $-\frac{3}{2}$

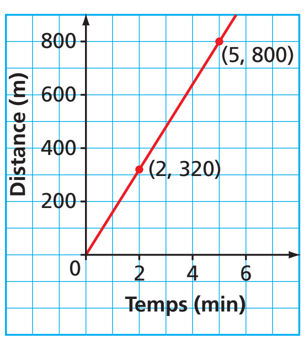
4. Détermine la pente d'une droite qui passe par les points indiqués. Quelle stratégie as-tu utilisée ?

a) B$(-6, 8)$ et C$(-1, -2)$,

b) D$(-3, 7)$ et E$(5, -5)$

5. Gabrielle aime le jogging et elle mesure la distance qu'elle parcourt au moyen d'un podomètre. Elle vérifie son podomètre régulièrement et note chaque fois la distance parcourue. Gabrielle représente ses données dans un plan cartésien.

La course de Gabrielle



a) Quelle est la pente de la droite et que représente-t-elle ?

b) Quel est le lien entre la pente et le taux de variation ?

c) Suppose que Gabrielle continue de courir à cette vitesse.

I) Quelle distance parcourt-elle en 4 min ?

II) Combien de temps faut-il à Gabrielle pour parcourir 1 000 m ?

6.2

6. Pour chaque pente indiquée de la droite FG, détermine la pente d'une droite :

I) parallèle à FG, II) perpendiculaire à FG.

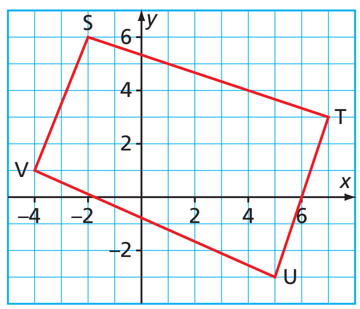
a) 3 **b)** $-\frac{6}{5}$ **c)** $\frac{11}{8}$ **d)** 1

7. Soit les coordonnées de deux points de deux droites. Les deux droites sont-elles parallèles, perpendiculaires, ou ni l'un ni l'autre ? Justifie tes réponses.

a) H$(-3, 3)$, J$(-1, 7)$ et K$(-1, 2)$, M$(5, -1)$

b) N$(-4, -2)$, P$(-1, 7)$ et Q$(2, 5)$, R$(4, -1)$

8. Le quadrilatère STUV est-il un parallélogramme ? Justifie ta réponse.



9. Les sommets du triangle ABC sont A$(-1, -1)$, B$(2, 5)$ et C$(6, 3)$. Le $\triangle$ABC est-il un triangle rectangle ? Justifie ta réponse.

6.3

10. Esquisse des graphiques afin de montrer ce qui arrive au graphique de $y = 3x + 4$ lorsque :

a) le coefficient de x augmente de 1 chaque fois, jusqu'à atteindre 6,

b) le terme constant diminue de 1 chaque fois, jusqu'à atteindre -4.

6.4

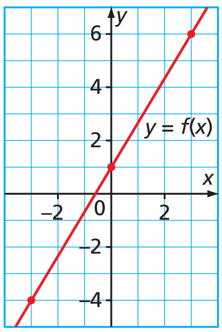
11. Indique la pente et l'ordonnée à l'origine selon chaque équation, puis trace le graphique.

a) $y = -3x + 4$ **b)** $y = \frac{3}{4}x - 2$

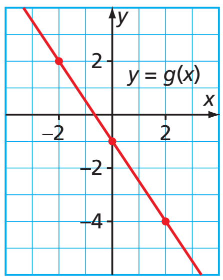
12. Pour chaque graphique :

I) détermine la pente et l'ordonnée à l'origine ;
II) écris une équation qui le représente ;
III) vérifie l'équation.

a)



b)

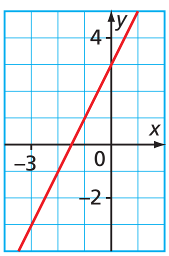


13. Associe chaque équation à son graphique. Explique ta stratégie.

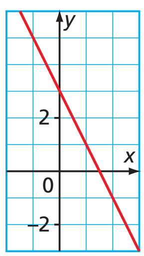
a) $y = \frac{1}{2}x - 3$ **b)** $y = -3x - 2$

c) $y = 2x + 3$ **d)** $y = -2x + 3$

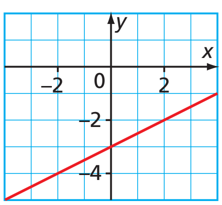
Graphique A



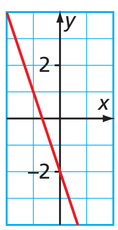
Graphique B



Graphique C



Graphique D



14. Mario avait 40 $ dans son compte en banque quand il a décidé d'épargner 15 $ par semaine.

a) Écris une équation qui représente le montant total en dollars, *M*, qu'il a épargné au bout de *s* semaines.

b) Au bout de combien de semaines Mario a-t-il 355 $ en banque ?

c) Suppose que tu représentes graphiquement l'équation que tu as écrite en a). Que représentent la pente et l'ordonnée à l'origine de ton graphique ?

15. Soit le graphique de $y = \frac{4}{7}x - 5$.

a) Écris deux équations qui représentent deux droites parallèles à cette droite. Comment sais-tu que les trois droites sont parallèles ?

b) Écris deux équations qui représentent deux droites perpendiculaires à cette droite. Comment sais-tu que les deux nouvelles droites sont perpendiculaires à la première ?

6.5

16. La droite DE passe par le point F(−2, 3) et elle est perpendiculaire à la droite d'équation $y = 2x + 1$. Écris une équation de la droite DE.

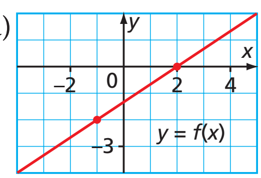
17. Pour chaque équation :

I) indique la pente et les coordonnées d'un point de la droite ;
II) représente graphiquement l'équation ;
III) choisis un autre point de la droite et écris l'équation sous une autre forme.

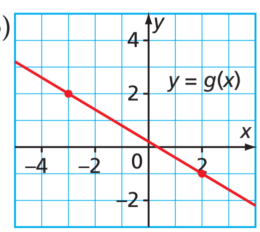
a) $y + 4 = 2(x + 3)$ **b)** $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 4)$

18. Écris une équation pour chaque graphique. Décris ta stratégie. Vérifie tes équations.

a)



b)



19. a) Écris une équation de la droite qui passe par les points indiqués. Décris ta stratégie.

i) G(−3, −7) et H(1, 5)

ii) J(−3, 3) et K(5, −1)

b) À l'aide des équations que tu as écrites en a), détermine les coordonnées d'un autre point de chaque droite.

20. Deux familles font une excursion de pirogue traditionnelle nuu-chah-nulth (nuuchahnulth) dans le port de Tofino, en Colombie-Britannique. Une famille a payé 220 $ pour 5 personnes. L'autre a payé 132 $ pour 3 personnes.

a) Choisis des variables et écris une équation du coût en fonction du nombre de personnes. Explique ta stratégie.

b) Quel est le coût par personne ? Comment peux-tu le déterminer à partir de l'équation ?

c) Une troisième famille a payé 264 $. Combien de personnes ont participé à l'excursion ?

6.6

21. a) Indique pourquoi chaque équation n'est pas sous la forme générale.

i) $4y - 5x - 40 = 0$ ii) $\frac{1}{3}x + y = 4$

iii) $y - 2 = \frac{1}{3}(x + 4)$ iv) $y = \frac{1}{5}x + 3$

b) Écris chaque équation sous la forme générale.

22. a) Représente graphiquement chaque équation. Décris tes stratégies.

i) $3x - 4y - 24 = 0$ ii) $x - 3y + 12 = 0$

b) Quelle est la pente de chaque droite en a) ? Comment l'as-tu déterminée ?

23. Écris l'équation sous la forme générale d'une droite qu'il est difficile de tracer à l'aide des coordonnées à l'origine. Utilise une autre stratégie pour tracer la droite, et explique pourquoi tu as utilisé cette stratégie.

24. La différence entre deux nombres, g et l, est de 6.

a) Génère des données pour cette relation et représente-les graphiquement.

b) Écris une équation sous la forme générale pour représenter la relation entre g et l.

c) À l'aide du graphique, énumère 5 paires de nombres dont la différence est de 6.

25. Parmi ces équations, lesquelles sont équivalentes ? Comment as-tu trouvé tes réponses ?

a) $y = \frac{2}{5}x + 1$ b) $y - 3 = \frac{2}{5}(x - 4)$

c) $y - 1 = \frac{2}{5}(x - 1)$ d) $y - 3 = \frac{2}{5}(x - 5)$

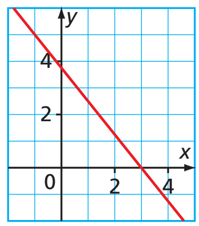
e) $2x - 5y + 7 = 0$ f) $2x - 5y - 5 = 0$

26. Associe chaque équation à son graphique. Justifie tes choix.

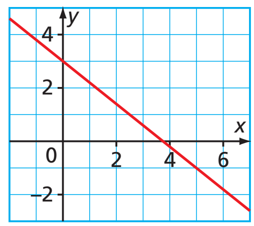
a) $y = -\frac{4}{5}x + 3$ b) $y - 3 = -\frac{4}{5}(x + 3)$

c) $5x + 4y - 15 = 0$

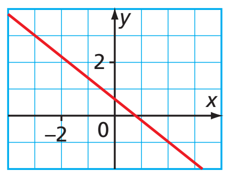
Graphique A



Graphique B



Graphique C



27. Maxime garde des enfants pour deux familles. Une famille le paie 5 $ l'heure, l'autre famille le paie 4 $ l'heure. La semaine dernière, Maxime a gagné 60 $.

a) Génère des données pour cette relation, puis représente-les graphiquement.

b) Écris une équation pour représenter la relation. Explique ce que chaque variable représente.

28. Un club vidéo demande 5 $ pour la location d'une nouveauté et 3 $ pour la location d'un film moins récent. Karine a dépensé 45 $ en location de vidéos le mois dernier.

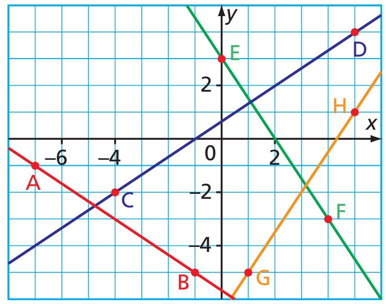
a) Génère des données pour cette relation, représente-les graphiquement et écris une équation de la relation.

b) i) Karine peut-elle avoir loué 5 nouveautés et 6 films moins récents ?

ii) Karine peut-elle avoir loué 6 nouveautés et 5 films moins récents ?

Justifie tes réponses.

TEST PRÉPARATOIRE



Pour les questions 1 et 2, choisis la meilleure réponse : A, B, C ou D.

1. Quelle droite ci-contre a une pente de $-\frac{3}{2}$?

A. AB **B.** CD **C.** EF **D.** GH

2. Quelle droite ci-contre a pour équation $2x - 3y + 2 = 0$?

A. AB **B.** CD **C.** EF **D.** GH

3. **a)** Trace chaque droite. Explique tes stratégies.

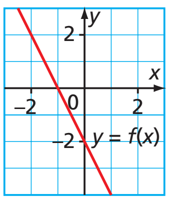
I) $y = -\frac{3}{2}x + 5$ II) $y - 3 = \frac{1}{3}(x + 2)$ III) $3x - 4y - 12 = 0$

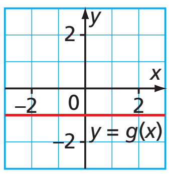
b) Détermine une équation de la droite qui est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{3}{2}x + 5$ et qui passe par le point A(6, 2). Explique pourquoi tu sais que tu as écrit une équation juste.

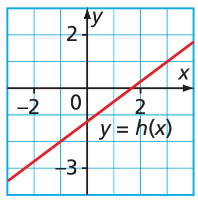
c) Détermine une équation de la droite qui est perpendiculaire à la droite d'équation $y - 3 = \frac{1}{3}(x + 2)$ et qui passe par le point B(−1, 2). Écris cette nouvelle équation sous la forme générale.

d) Détermine les coordonnées d'un point P de la droite d'équation $3x - 4y - 12 = 0$. Le point P ne doit pas être une coordonnée à l'origine. Écris une équation de la droite qui passe par les points P et Q(1, 5). Réécris cette équation sous la forme explicite.

4. Écris l'équation de chaque droite sous la forme la plus appropriée selon toi. Justifie tes choix.

a) 

b) 

c) 

5. Sophie prépare le banquet de la remise de diplômes. Le traiteur exige un montant fixe plus des frais additionnels pour chaque convive. Le banquet coûterait 11 250 \$ pour 600 convives et 7 650 \$ pour 400 convives.

a) Combien coûtera le banquet s'il y a 340 convives ?

b) Le coût total est de 9 810 \$. Combien de convives y a-t-il ?

c) Quelles stratégies as-tu utilisées pour répondre aux questions en a) et en b) ?