

2.4 Les facteurs communs d'un polynôme

Les **facteurs** d'un nombre représentent chaque terme d'une multiplication.

ex: les facteurs de 21 ?

$$1 \text{ et } 21 \quad (\text{car } 1 \times 21 = 21)$$

$$3 \text{ et } 7 \quad (3 \times 7 = 21)$$

Un **facteur commun** représente un nombre qui divise chaque nombre d'un ensemble. En algèbre, on dit qu'une expression qui divise chaque terme d'un polynôme est aussi un facteur commun.

ex: 9, 15 et 21

nombre $\underbrace{\hspace{10em}}$
1 et 3 sont les facteurs communs

ex :

(expression) $\underbrace{9x, 15x^3, 21x^2}_{1x \text{ et } 3x \text{ sont les facteurs communs}}$

La plus grande expression qui divise chacun des éléments d'un ensemble est le **plus grand facteur commun (PGFC)**.

ex: PGFC de 8 et 12

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \\ 1 \times 8 \quad 1 \times 12 \\ 2 \times \textcircled{4} \quad 2 \times 6 \end{array} \quad 3, \textcircled{4}$$

Chaque nombre a 1, 2 et 4 comme facteur. Mais, 4 est le plus grand. (PGFC)

Quand on écrit un polynôme sous la forme d'un produit de facteurs, on le **décompose** en facteurs. (multiplication)

La factorisation et le développement (multiplication) sont des **opérations inverses**.

Exemple 1 : Décompose ce polynôme en facteurs: $4m^2 + 12m$

Étape 1 : Détermine le PGFC des coefficients

$$4 \rightarrow 1 \times \textcircled{4}, 2 \times 2$$

$$12 \rightarrow 1 \times 12, 2 \times 6, 3 \times \textcircled{4}$$

Étape 2 : Détermine le PGFC des variables

$$m^2 \rightarrow \textcircled{m} m$$

$$m \rightarrow \textcircled{m}$$

PGFC de l'expression est 4m

Étape 3 : Divise chaque terme par le PGFC

$$\frac{4m^2}{4m} + \frac{12m}{4m}$$

$$= m + 3 \quad \left. \vphantom{m + 3} \right\} \text{ les facteurs restants}$$

Étape 4 : Le résultat est le produit du PGFC et les facteurs restants.

PGFC (facteurs restants)

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\textcircled{4m(m+3)}$$

réponse finale en forme de décomposition (factored form)

Exemple 2: Décompose chaque polynôme en facteurs

$$\text{a) } \frac{6x^2}{3x^2} - \frac{15x^3}{3x^2} \quad \text{PGFC} = 3x^2$$

$2 - 5x$ } facteurs restants

$$6x^2 - 15x^3 = 3x^2(2 - 5x)$$

réponse finale

$$\text{b) } \frac{24x^2y^3}{6x^2y} - \frac{18x^3y}{6x^2y} \quad \text{PGFC} = 6x^2y$$

$4y^2 - 3x$ } facteurs restants

$$24x^2y^3 - 18x^3y = 6x^2y(4y^2 - 3x)$$

$$\text{c) } \frac{4x^2}{2} - \frac{6x}{2} + \frac{12y}{2} \quad \text{PGFC} = 2$$

$$2x^2 - 3x + 6y$$

$$2(2x^2 - 3x + 6y)$$

$$\text{d) } \frac{-3x^4}{-3x} - \frac{9x^2}{-3x} + \frac{12x}{-3x} \quad \text{PGFC} = -3x$$

$$x^3 + 3x - 4$$

$$-3x(x^3 + 3x - 4)$$

↑
le signe du
premier terme
fait partie du
PGFC