2.6 Décomposer des polynômes particuliers en facteurs

(perfect square trinomial)

A. La décomposition en facteurs d'un trinôme carré parfait

Un trinôme carré parfait doit se présenter sous la forme: $ax^2 + bx + c$

Un trinôme carré parfait doit respecter les conditions suivantes:
- Le premier terme (ax^2) et le dernier terme (c) sont des carrés parfaits
- Le terme au milieu (bx)est double du produit des racines carres du premier terme et du dernier terme.
  2x multiplication

bx = 2(racine de ax^2)(racine de c)

Exemple 1: Détermine si chaque trinôme s'agit d'un trinôme carré parfait.

a) $4x^2 + 12x + 9$

$4x^2$ et 9 sont des carrés

$\sqrt{4x^2} = 2x \quad \sqrt{9} = 3$

$2(2x)(3) = 12x$ ("bx")

▸ Donc, c'est un trinôme carré parfait

b) $9x^2 - 6x + 1$

$9x^2$ et 1 sont des carrés

$\sqrt{9x^2} = 3x \quad \sqrt{1} = 1$

$2(3x)(1) = 6x$

▸ trinôme carré parfait

Pour décomposer en facteurs ces trinômes, on peux suivre la même méthode avec les trinômes.

a) $4x^2 + 12x + 9$

$(4)(9) = 36$

$\underline{6} \times \underline{6} = 36$

$\underline{6} + \underline{6} = 12$

$\underbrace{4x^2 + 6x}_{2x} + \underbrace{6x + 9}_{3}$

$2x(2x+3) + 3(2x+3)$

$(2x+3)(2x+3)$ réécrire

$(2x+3)^2$

b) $9x^2 - 6x + 1$

$(9)(1) = 9$

$\underline{-3} \times \underline{-3} = 9$

$\underline{-3} + \underline{-3} = -6$

$\underbrace{9x^2 - 3x}\underbrace{- 3x + 1}$

$3x(3x-1) - 1(3x-1)$

$(3x-1)(3x-1)$

$(3x-1)^2$

Ou, on peut suivre la **régularité** qu'on observe lorsqu'on élève des binômes au carré.

(pattern)

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

Exemple 2: Décompose chaque trinôme en facteurs.

a) $4x^2 + 4x + 1$

$\sqrt{4x^2} = 2x \quad \sqrt{1} = 1$

$(2x+1)^2$

b) $4x^2 - 12x + 9$

$\sqrt{4x^2} = 2x \quad \sqrt{9} = 3$

$(2x+3)^2$

c) $4 - 20x + 25x^2$

$\sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{25x^2} = 5x$

$(2-5x)^2$

d) $\dfrac{2x^2 - 4x + 2}{2}$ PGFC $= 2$

$2(x^2 - 2x + 1)$

$\sqrt{x^2} = x \quad \sqrt{1} = 1$

$2(x-1)^2$

B. La décomposition en facteurs d'une différence de carré

Une différence de carrés doit se présenter sous la forme: $a^2 - b^2$

Une différence de carrés doit respecter les conditions suivantes:

- Il doit y avoir deux termes seulement (binôme)
- Chaque terme est un carré parfait
- Le deuxième terme est soustrait du premier terme

Pour décomposer en facteurs ces binômes, on peut suivre la **régularité** qu'on observe lorsqu'on développe le produit d'une somme et d'une différence.

$$(a+b)(a-b) = a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ab} - b^2$$

$$= a^2 - b^2 \text{ (différence de carré)}$$

Exemple 3: Décompose chaque binôme en facteurs.

a) $16x^2 - 25$

$\sqrt{16x^2} = 4x \quad \sqrt{25} = 5$

$(4x+5)(4x-5)$

b) $49n^2 - 121$

$\sqrt{49n^2} = 7n \quad \sqrt{121} = 11$

$(7n+11)(7n-11)$

c) $\dfrac{3x^3}{3x} - \dfrac{147x}{3x}$ PGFC $= 3x$

$3x(x^2 - 49)$

$\sqrt{x^2} = x \quad \sqrt{49} = 7$

$3x(x+7)(x-7)$

Pratique : p.194 #5, 6, 8, 10, 13abc, 15a, 18