

3,1 Le système des nombres réels

Les nombres naturels strictement positifs:	$\{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$	N.N.S.P.
Les nombres naturels:	$\{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$	N.N.
Les nombres entiers:	$\{ \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$	N.E.
Les nombres rationnels: N.R. (rational numbers)	<ul style="list-style-type: none"> Un nombre rationnel est un nombre qui peut être écrit sous la forme $\frac{m}{n}$, $n \neq 0$, où m et n sont des entiers. Les radicaux qui sont des racines carrées de carrés parfaits, des racines cubiques de cubes parfaits et ainsi de suite sont des nombres rationnels. La représentation décimale d'un nombre rationnel est finie ou périodique. $\frac{1}{4} = 0.25$ $\frac{1}{3} = 0.333\dots$ ou $0.\bar{3}$ 	
Les nombres irrationnels: N.I. (irrational numbers)	<ul style="list-style-type: none"> Un nombre irrationnel ne peut pas être écrit sous la forme $\frac{m}{n}$, $n \neq 0$, où m et n sont des entiers. La représentation décimale d'un nombre irrationnel n'est ni finie ni périodique. 	

$$\pi = 3.14159\dots \quad \sqrt{2} = 1.4142\dots \quad \frac{5}{\sqrt{3}} = 2.8867\dots$$

Exemple 1: Trier (classifier) ces nombres: Rationnel ou Irrationnel

- a) $\sqrt{16}$ N.R. → 16 est un carré parfait
- b) $\frac{-3}{5} = \frac{-6}{10} = -0.6$ N.R. → décimale finie
- c) $\sqrt[3]{32} = 3.1748\dots$ N.I. → 32 n'est pas un cube parfait
- d) 0.1818... N.R. → décimale périodique
- e) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} = 0.\bar{6}$ N.R. → décimale périodique
- f) 1.276 N.R. → décimale finie
- g) $\sqrt[3]{0.12} = 0.4932\dots$ N.I. → 0.12 n'est pas un cube parfait
- h) $\frac{\pi}{2} = 1.5708\dots$ N.I. → π est toujours irrationnel.
- i) $\sqrt{\frac{18}{5}} = 1.8974\dots$ N.I. → $\frac{18}{5}$ n'est pas un carré parfait
- j) $-\sqrt{0.25} = -0.5$ N.R. → 0.25 est un carré parfait

Exemple 2: Ordonner ces nombres rationnels et irrationnels sur une droite numérique

$$\sqrt[3]{13}$$

$$= 2.351$$

N.I.

$$\sqrt{18}$$

$$= 4.243$$

N.I.

$$\sqrt{9}$$

$$= 3$$

N.R.

$$\sqrt[4]{27}$$

$$= 2.280$$

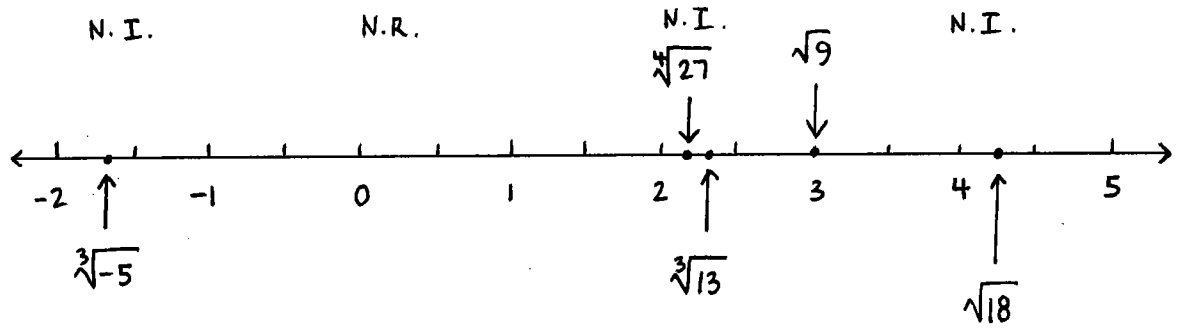
N.I.

$$\sqrt[3]{-5}$$

$$= -1.710$$

N.I.

Droite numérique:



Arranger ces radicaux (ci-haut) par ordre croissant: plus petit au plus grand

$$\sqrt[3]{-5}, \sqrt[4]{27}, \sqrt[3]{13}, \sqrt{9}, \sqrt{18}$$

Exemple 3: Pourquoi $\sqrt[3]{27}$ et $\sqrt{64}$ sont-ils des nombres rationnels mais $\sqrt[3]{13}$ et $\sqrt{8}$ sont des nombres irrationnels?

27 → cube parfait
 $\sqrt[3]{27} = 3$ (nombre entier)
 64 → carré parfait
 $\sqrt{64} = 8$ (nombre entier)

13 → pas un cube parfait
 $\sqrt[3]{13} = 2.351\dots$
 8 → pas un carré parfait
 $\sqrt{8} = 2.823\dots$
 ↓
 décimale ni finie, ni périodique