3,4 Les exposants rationnels et les radicaux

Forme radicale: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{17}$

Forme exponentielle: $5^{\frac{1}{2}}$, $x^{\frac{3}{4}}$

Remplis chaque tableau. Utilise une calculatrice.

x	$x^{\frac{1}{2}}$
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5

x	$x^{\frac{1}{3}}$
1	1
8	2
27	3
64	4
125	5

Établir un lien entre les nombres de la première colonne et les nombres de la deuxième.

$\sqrt{x}$ est la racine carrée ; en forme exponentielle: $x^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt[3]{x}$ est la racine cubique ; en forme exponentielle: $x^{\frac{1}{3}}$

Si n est un nombre naturel strictement positif et que x est un nombre rationnel, alors :

$$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

$$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

l'indice (index)

radicande

Exemple 1 : Sans calculatrice, écrire en forme radicale et simplifier si possible.

a) $1000^{\frac{1}{3}}$

$= \sqrt[3]{1000}$

$= 10$

b) $0.25^{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{0.25}$

$= 0.5$

c) $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$

$= \sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

$= \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}}$

$= \frac{2}{3}$

e) $(-64)^{\frac{1}{3}}$

$= \sqrt[3]{-64}$

$= -4$

Les puissances qui ont un exposant rationnel :

Si m et n sont des nombres naturels strictement positifs et que x est un nombre rationnel, alors :

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} \qquad \text{ou} \qquad x^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$$

forme préféré

m = l'exposant du radicande

n = l'indice de la racine

Exemple 2 : Réécrire $26^{\frac{2}{5}}$ sous la forme d'un radical en 2 façons.

$m = 2$
$n = 5$

$\sqrt[n]{x^m}$: $\sqrt[5]{26^2}$

$(\sqrt[n]{x})^m$: $(\sqrt[5]{26})^2$

Exemple 3: Écrire chaque radical sous la forme d'une puissance (forme exponentielle).

a) $\sqrt{3^5}$ $m = 5$, $n = 2$

$= 3^{\frac{5}{2}}$

b) $(\sqrt[3]{25})^4$ $m = 4$, $n = 3$

$= 25^{\frac{4}{3}}$

Exemple 4: Écrire chaque puissance sous la forme d'un radical. Évalue chaque expression sans calculatrice si possible.

a) $8^{\frac{2}{3}}$ $m = 2$, $n = 3$

préféré

$= (\sqrt[3]{8})^2$ ou $\sqrt[3]{8^2}$

$= (2)^2$ $= \sqrt[3]{64}$

$= 4$ $= 4$

b) $81^{\frac{3}{4}}$ $m = 3$, $n = 4$

préféré

$= (\sqrt[4]{81})^3$ ou $\sqrt[4]{81^3}$ } évalue sans calc!

$= (3)^3$ $= \sqrt[4]{531441}$ } Eek!

$= 27$

c) $(-32)^{0.4}$ → réécrire

$0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ $m = 2$, $n = 5$

$= (-32)^{\frac{2}{5}}$

$= (\sqrt[5]{-32})^2$

$= (-2)^2$

$= 4$

d) $0{,}04^{\frac{3}{2}}$ $m = 3$, $n = 2$

$= (\sqrt{0{,}04})^3$

$= (0{,}2)^3$

$= 0{,}008$

Pratique: p. 227 # 3 – 8, 10 – 12